

1/ MODALITÉS DE L'ÉPREUVE

Organisation pratique

L'épreuve orale de mathématiques se déroule en deux temps : un temps de préparation de 30 minutes avec un ordinateur à disposition et un second temps devant l'examineur.

Le temps de préparation permet de prendre connaissance de l'énoncé et des attendus de celui-ci ; le travail peut se réaliser sur papier et avec l'outil Python. Ensuite, le candidat se présente en salle face à un examinateur assigné. Cette seconde période permet au candidat de présenter ses résultats, les conjectures émises et d'exposer le travail réalisé en préparation. Au bout de 20 minutes, un deuxième exercice est soumis au candidat sous forme écrite et donne l'occasion d'entamer une discussion avec l'examineur. L'autonomie, la prise d'initiative, la précision du vocabulaire utilisé, les stratégies suggérées par le candidat entrent de manière significative dans l'appréciation de la prestation.

a. Calculatrice

Pour cette session, la calculatrice personnelle n'est autorisée dans aucun sujet de mathématiques. Ce choix s'appuie sur une volonté d'égalité entre les candidats en termes de matériel numérique. Les attentes portent sur les connaissances du candidat et sa réactivité. Les candidats disposent d'un ordinateur fourni par l'organisation du concours en vue de les épauler dans les tâches calculatoires.

b. Python

Chaque exercice donné à la préparation contenait une question d'informatique en langage Python. Le candidat disposait de l'aide-mémoire Python durant la préparation et durant la prestation orale. La question d'informatique est en relation étroite avec l'énoncé mathématique et il ne s'agit en aucun cas d'une question d'informatique pure.

c. Notation et attendus

L'évaluation de la prestation des candidats portait sur leur maîtrise du cours, sur les compétences mathématiques figurant dans les programmes de CPGE des deux années et sur leur capacité d'initiative et de communication.

Ces dispositions seront reconduites pour la session 2025.

2/ REMARQUES GÉNÉRALES

La moyenne de l'épreuve, satisfaisante, est conforme à celle obtenue les années précédentes. Les examinateurs ont apprécié l'attitude des candidats : ponctualité, politesse et qualité convenable de la présentation orale. Cependant, les examinateurs ont été surpris par la faible maîtrise du cours chez un trop grand nombre de candidats. Cette année, il semble que bien des candidats aient fait l'impasse sur certains thèmes et particulièrement sur la géométrie.

L'exercice ouvert (deuxième exercice) est un moment privilégié pour établir une discussion entre le candidat et l'examineur. Son objectif n'est pas l'obtention immédiate d'un résultat, mais l'exposé d'une démarche, l'expression d'idées, la compréhension du problème et les liens établis avec les connaissances du candidat. Les candidats doivent veiller à présenter des calculs corrects et écrits en langage mathématique, cet aspect fait partie de l'évaluation.

Chaque exercice proposé forme un tout. La capacité à prendre en compte les résultats des questions précédentes ou des données intermédiaires est essentielle pour évaluer la prestation du candidat. Un futur élève ingénieur doit savoir articuler et synthétiser des données pour résoudre un problème, surtout lorsque chaque étape de la démonstration est guidée. Cette année encore, de nombreux candidats ont eu du mal à relier les questions entre elles. La plupart n'ont pas suffisamment tenu compte des rapports précédents. L'autonomie et la prise d'initiative sont des compétences cruciales pour réussir une épreuve orale et ces capacités sont recherchées pour une formation d'ingénieur.

Une épreuve orale

La spécificité de l'épreuve orale de mathématiques repose sur la gestion des différentes parties : préparation et exposé.

Le temps de préparation doit être consacré à la mise en relation de la demande de l'énoncé avec les connaissances vues dans le cours aussi bien en première année qu'en deuxième année. Ce moment ne doit pas être réduit à une rédaction comme il serait attendu lors d'un écrit classique de concours. Par ailleurs, la lecture de l'exercice doit être attentive et complète. S'il est difficile pour un étudiant de finir l'intégralité d'une planche lors de la préparation, il n'en reste pas moins vrai qu'une lecture complète est nécessaire pour comprendre le problème dans sa globalité.

Lors du passage devant l'examineur, certains candidats exposent de manière synthétique leurs idées, permettant ainsi d'avancer plus rapidement dans les questions. Un étudiant autonome, exploitant judicieusement le temps et la répartition de celui-ci en prenant soin de présenter synthétiquement la question par laquelle il commence est très souvent récompensé.

Les courbes et les graphiques peuvent être de bons supports pour peu que les axes et les points remarquables soient indiqués, mais ils ne constituent pas une démonstration. La connaissance des courbes usuelles est un attendu non négligeable (par exemple : arctangente, racine carrée, arcsinus, \ln , \exp , etc.). Cette approche graphique peut être un premier pas pour une idée de la valeur attendue d'une intégrale, notamment dans le cas des séries de Fourier ou pour expliquer la méthode de sommation des rectangles ou la méthode d'Euler. Dans le cas des isométries ou des projections et des symétries, une représentation graphique signifiante et claire est un minimum attendu par l'examineur. La notion de plan tangent gagne à être illustrée.

Les capacités du candidat à communiquer, à échanger et à prendre en compte les remarques de l'examineur sont également évaluées. Il est donc judicieux de noter une indication donnée au tableau avec la rigueur inhérente aux mathématiques. Il est dommageable de voir qu'un candidat ne prenne pas en compte les remarques de l'examineur. De même si un candidat peut demander une reformulation de l'aide apportée par l'examineur, il est à son désavantage de ne pas en tenir compte.

Les examinateurs ont apprécié les prestations des candidats qui se sont montrés ouverts au dialogue pour aborder des questions non traitées durant la présentation et enthousiastes à chercher des solutions au tableau. L'épreuve orale permet aux examinateurs de vérifier les connaissances du candidat sur des domaines connexes à l'énoncé soumis, comme le tracé de courbes de référence, l'énoncé précis d'un théorème, ou la connaissance d'une série usuelle.

Le deuxième exercice nécessite une attention particulière aux pistes indiquées par l'examineur et met en avant la capacité du candidat à conjecturer et à mobiliser ses connaissances. Les examinateurs ont

évalué positivement toute démarche ou test proposé démontrant la capacité de modélisation et d'appropriation de l'énoncé. Par exemple, dans le cas du calcul de la puissance nième d'une matrice, le fait de proposer le calcul des premiers termes, même sans aboutir à une relation de récurrence ou à un résultat probant, est perçu positivement.

La gestion du tableau

La gestion du tableau intervient dans l'évaluation de l'oral du candidat. La présentation doit être claire, ordonnée et les expressions mathématiques doivent respecter la rigueur du format. Il est avisé de faire ressortir les résultats obtenus au tableau afin de faciliter leur utilisation dans la suite du problème. Noter les résultats intermédiaires dans une partie réservée du tableau peut se révéler précieux.

On rappelle aux candidats qu'ils ne doivent pas effacer le tableau sans demander la permission à l'examineur.

Le tableau doit être lisible pour qu'une discussion ou une aide basée sur les résultats et recherches du candidat puisse s'instaurer. Sans demander une calligraphie parfaite ou une rigueur excessive, un soin apporté à l'écriture symbolique permet une meilleure lecture de l'examineur et donc une aide plus aisée.

Les questions doivent être numérotées au tableau pour aider à un avancement serein de concert avec l'examineur.

Remarques particulières en analyse

Pour étudier une fonction, il convient avant toute chose de s'intéresser à son domaine de définition et son domaine de dérivabilité.

Les hypothèses des théorèmes de la bijection, de Dirichlet, de Parseval, doivent être citées sans qu'il soit besoin d'insister ou de les réclamer. Une démarche n'est valide que si elle est justifiée. Les différents théorèmes au programme sont importants et les méconnaître est évidemment sanctionné.

Certains candidats confondent développements limités et séries entières.

Le critère de d'Alembert est un outil lié à l'étude de la convergence d'une série, son énoncé correct peut être demandé. Une confusion a été perceptible chez plusieurs candidats entre ce critère et l'étude du quotient de deux termes consécutifs d'une suite. Un quotient n'a d'existence qu'après avoir vérifié la non-nullité du dénominateur.

Les suites récurrentes d'ordre 2 nécessitent une connaissance convenable des formules. Un écueil concernant l'écriture des solutions des suites récurrentes d'ordre 2 dans le cas d'une racine double a été rencontré. Cette année, un trop grand nombre de candidats n'ont même pas été en capacité de nommer de telles suites et donc encore moins en capacité de procéder à leur résolution.

Les changements de variable étant indiqués le plus souvent dans les énoncés, l'enjeu de la question réside dans la gestion du calcul indiqué. Les examinateurs félicitent les candidats dont la technicité a été jugée satisfaisante. Cependant, une bonne maîtrise ne dispense pas d'un recul nécessaire et bienvenu.

Remarques particulières en algèbre et en géométrie

Une représentation graphique est un support appréciable, utile et valorisé dans le cadre d'un exercice de géométrie, même si cela ne constitue pas une preuve. Peu de candidats y ont recours de manière naturelle sans la demande de l'examineur. Les candidats sont invités à faire des figures de taille suffisante et à réfléchir aux choix d'un système de coordonnées adapté au problème posé.

Les exercices portant sur le gradient ont révélé des lacunes importantes quant à la représentation même de cet objet mathématique. Un dessin pour étayer les propos est un réel plus dans la présentation d'un candidat. Les termes points réguliers et points critiques ont posé des difficultés à des candidats ne maîtrisant pas le vocabulaire. L'équation du plan tangent à une surface $z=f(x,y)$ est méconnue. De nombreux candidats confondent étude locale et globale de leurs positions relatives.

Les énoncés proposés nécessitent a minima de connaître les définitions de matrice orthogonale, matrice semblable, matrice inversible ou matrice diagonalisable, matrice symétrique et matrice antisymétrique.

Trop peu de candidats sont capables de déterminer à partir d'une matrice son rang, son image et son noyau, même dans des cas évidents.

Le calcul de déterminant est dans l'ensemble bien réalisé et l'écriture proposée au tableau est satisfaisante. Certains candidats confondent linéarité et n-linéarité. La trace et la transposée n'ont pas posé de difficulté. L'alternance des signes lors du développement suivant une ligne ou une colonne a été omise par certains candidats les menant ainsi vers des résultats erronés. Il serait judicieux d'arrêter d'utiliser la règle de Sarrus comme un réflexe compulsif.

L'étude des matrices de transformations a été réussie dans l'ensemble.

Le théorème du rang a été malmené par certains candidats ou a été renommé à tort « formule de Grassmann ». L'intitulé exact du théorème est important pour comprendre les indications de l'examineur et pour exposer fidèlement sa pensée lors de l'oral. En outre, savoir faire un lien entre rang et valeur propre nulle peut être utile pour aboutir à une réduction efficace d'une matrice.

Parmi les méthodes usuelles de l'algèbre linéaire, les techniques de réduction de matrices sont en général bien connues, même si trop de candidats se précipitent sur le calcul du polynôme caractéristique qui n'est pas toujours nécessaire ou souhaitable. La vérification d'appartenance d'un vecteur à un noyau ou à un espace propre sans avoir recours à un protocole appris par cœur laisse entrevoir la limite d'un apprentissage par répétition hors sol. L'oral est l'occasion de mettre en avant la polyvalence des méthodes et la mobilisation de la réflexion du candidat face à une question.

Les questions portant sur le produit scalaire ont posé des problèmes de connaissance de cours et ce de manière plus précise sur l'aspect défini de celui-ci. Certains énoncent les critères comme une litanie sans en comprendre le sens.

Les exercices traitant des courbes paramétrées ont été dans l'ensemble mal menés. La symétrie nécessite un domaine d'étude centré et permet une appréhension graphique de la courbe. L'aspect géométrique est primordial.

La partie traitant des plans et droites de première année n'a pas été convenablement maîtrisée par un nombre bien trop important de candidats. Donner un vecteur normal à un plan à partir de son équation cartésienne a été extrêmement difficile pour certains candidats. Il est bon de rappeler que l'oral du concours porte sur les deux années de CPGE.

Remarques particulières en probabilités

La formule des probabilités totales et celle des probabilités conditionnelles ont été globalement bien utilisées. Cependant, la notion fondamentale de système complet d'événements n'est pas systématiquement mentionnée, ce qui révèle une maîtrise superficielle du sujet.

Il serait souhaitable que les candidats fournissent un effort pour réécrire les événements (en utilisant intersection, union, complémentaires) avant de commencer le calcul des probabilités. La confusion entre événement et probabilité demeure également problématique cette année.

La formule de la covariance est souvent mal connue des candidats, de même pour le lien entre covariance et indépendance.

Les lois usuelles de probabilité doivent être apprises avec une connaissance parfaite de leurs moments.

Remarques liées à Python.

La grande majorité des candidats a répondu à la question en utilisant le langage Python et souvent avec succès. Quelques-uns ont même fourni un code documenté, ce qui, bien que louable, n'est pas une exigence pour cette épreuve de mathématiques.

Le code Python, élaboré ou non durant la préparation, doit être écrit dans un script. Les examinateurs soulignent à nouveau que cette épreuve est une épreuve de mathématiques, mais qu'elle fait partie d'un concours d'écoles d'ingénieurs. Il est donc raisonnable de s'attendre à ce que les candidats respectent des exigences telles que l'indentation correcte et la sauvegarde sur une clé USB.

Nous rappelons aux candidats que l'ordinateur mis à leur disposition peut les aider non seulement à traiter la question d'informatique, mais aussi à résoudre, conjecturer et effectuer certains calculs qui ne relèvent pas directement des questions informatiques.

De nombreux candidats arrivent avec un code écrit mais jamais exécuté. Il est important d'exécuter son code et en cas de souci, d'être honnête avec l'examineur.

3/ CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Lors de la remise du sujet, l'examineur recommande de lire une première fois la totalité de l'énoncé. Pour chaque question, il peut être judicieux de réfléchir à la stratégie avant de commencer les calculs. De plus, numéroter de manière lisible chaque question abordée sur son brouillon permet d'éviter de perdre du temps à chercher son travail.

Lors de la présentation orale, les candidats peuvent répondre aux questions posées par l'examineur. Il est inutile d'attendre son assentiment après chaque question, même si certains candidats attendent un signe de tête ou un mouvement pour valider leur démarche. Les examinateurs sont bienveillants, mais l'oral reste une épreuve de concours et non un moment de formation. Il est important de rappeler qu'il n'est pas nécessaire de terminer les deux exercices pour obtenir une note correcte. Les qualités de communication du candidat seront valorisées : clarté de l'expression, dynamisme de la présentation, prise en compte des remarques et écoute attentive de l'examineur.

Un exposé succinct mais précis des résultats obtenus est attendu. Dans cet esprit, il est inutile de recopier le détail des calculs au tableau ; il convient d'en indiquer les grandes lignes ainsi que le résultat final. L'organisation des calculs est primordiale, que ce soit pour la recherche d'une erreur ou l'appréciation de la prestation du candidat.

Les théorèmes utilisés seront cités et leurs hypothèses vérifiées avec soin. L'énoncé doit être précis et il faut éviter les formulations vagues comme « forcément, on a ». Il peut aussi être judicieux d'illustrer ses propos par des figures en géométrie, des graphes de fonctions ou un cercle trigonométrique lorsque l'occasion se présente. Toute démarche est valorisée, l'oral est l'occasion de juger les capacités d'un candidat à proposer des idées et à éclairer un tiers sur la démarche qu'il souhaite suivre.

Si une question n'a pas été résolue, il est recommandé d'indiquer toutes les pistes explorées ce qui permettra d'engager un dialogue avec l'examineur. Les questions ou remarques des examinateurs ont pour but d'aider les candidats à s'interroger sur la pertinence de leurs résultats et à les remettre sur la bonne voie.

Globalement, les prestations des candidats sont assez satisfaisantes, tant sur le fond que sur la forme. Les examinateurs félicitent les candidats pour le sérieux de leur travail pendant ces deux ou trois ans de préparation et souhaitent bon courage aux futurs candidats.