TSI

CONCOURS COMMUN INP
RAPPORT DE L'ÉPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES
SESSION 2022

1/ MODALITÉS DE L'ÉPREUVE

Organisation pratique

a. Calculatrice

La calculatrice personnelle n'est autorisée dans aucun sujet de mathématiques pour cette session. Ce choix s'appuie sur une volonté d'égalité entre les candidats en termes de matériel numérique. Les attentes portent sur les connaissances du candidat et sa réactivité. Les candidats disposent d'un ordinateur fourni par l'organisation du concours et susceptible de les épauler dans les tâches calculatoires.

b. Python

Chaque exercice offert à la préparation contenait une question d'informatique en langage Python. Le candidat disposait de l'aide-mémoire Python durant la préparation et durant la prestation orale. La question d'informatique est en relation étroite avec l'énoncé mathématique et il ne s'agit en aucun cas d'une question d'informatique pure. Il s'agit par exemple, de calculer la valeur approchée d'une intégrale, la somme partielle d'une série, de conjecturer le comportement d'une suite ou de modéliser une expérience aléatoire.

c. Notation et attendus

La notation des prestations des candidats porte sur leur maîtrise du cours, sur les compétences mathématiques figurant dans les programmes de CPGE des deux années, sur leur capacité d'initiative et de communication.

Les examinateurs sont particulièrement attentifs à la connaissance des définitions et théorèmes fondamentaux. Un théorème contient des hypothèses et un résultat énoncé en des termes précis qu'il faut connaître. Les examinateurs ont conscience que certaines questions sont plus difficiles et sont disposés à orienter les candidats vers la solution ; mais ils sont moins enclins à fournir des résultats de cours.

Il n'est pas utile de paraphraser ou de présenter l'énoncé en début d'oral : les examinateurs ont connaissance du sujet. Cependant une présentation des questions traitées est possible. Noter les numéros des questions traitées au tableau durant l'avancement de l'exposé permet au candidat d'exposer son avancement de manière efficace et claire.

Dans un souci d'harmonisation, les examinateurs prennent des notes au cours de la prestation des candidats, le plus souvent à l'aide d'un ordinateur. Cela ne se fait pas au détriment de l'écoute apportée à la présentation qui reste attentive. Les examinateurs demandent systématiquement de répéter si les réponses proposées par les candidats ne leur sont pas audibles ou trop vagues.

Ces dispositions seront reconduites pour la session 2023

2/ REMARQUES GÉNÉRALES

Remarques particulières en Python

Un grand nombre de candidats a traité la question en langage Python. Certains candidats soumettent même des programmes écrits avec un algorithme récursif de calcul des termes d'une suite. Si la structure algorithmique n'est pas un attendu de l'épreuve, les examinateurs félicitent les candidats pour ces compétences. Les examinateurs ont également noté une certaine aisance dans la manipulation de la méthode des rectangles souvent bien comprise voire illustrée avec un graphique au tableau. Ce calcul approché ne se substitue pas, en revanche, au calcul exact s'il est demandé. La méthode de dichotomie est connue mais ne semble pas toujours bien comprise. Les examinateurs ont remarqué que les candidats sont souvent critiques face à leur programme et savent pointer les manques de leur programme. Cet esprit critique et honnête est à saluer.

Nous conseillons aux étudiants de tester leur fonction (ou algorithme) et de montrer un exemple à l'examinateur. Si le programme n'est pas fonctionnel, un candidat faisant preuve d'honnêteté intellectuelle et de propositions éventuelles pour corriger le problème répond également aux attentes des examinateurs.

Remarques particulières en analyse

Les manipulations d'inégalités sont parfois maladroites et rarement justifiées de manière satisfaisante. Diviser par un nombre nécessite de vérifier la non-nullité de celui-ci et son signe. Certains candidats intègrent des inégalités sans justification, et parfois en écrivant une équivalence. Sommer des inégalités demande d'indiquer les bornes de la dite-somme de manière claire au tableau.

Il est à déplorer que, parfois, le tableau de variation est dressé de façon prématurée, sans détermination du signe de la dérivée mais seulement en essayant d'en deviner les éléments.
Trop de candidats, y compris ceux dont la prestation a été bonne, répètent à foison « la fonction f(x) ».
On ne saurait trop insister sur la nécessité de bien comprendre les outils et les entités manipulés.

Bien des candidats ne savent pas définir la fonction arctangente mais connaissent son graphe. Les valeurs ou limites des cosinus, sinus et tangentes pour les angles remarquables doivent être connues.
Une confusion en trigonométrie entre les formules d'addition et celles de duplication (déduites des précédentes) a été notée.

Le critère de comparaison des séries à termes positifs n'est pas connu.

Le lien entre convergence d'une série et le reste d'une série n'est pas connu. Il en est de même pour le critère de comparaison série - intégrale.

La définition de suites adjacentes a posé problème et certains candidats confondent la définition et le théorème qui lui est attaché.

Les propriétés de certaines fonctions (parité en particulier) lors de calculs de coefficients de Fourier n'ont pas été exploitées par l'ensemble des candidats.

Les développements en série entière exigent une connaissance du rayon. Les théorèmes d'intégration ou de dérivation d'une série entière nécessitent de préciser des hypothèses, ce qui inclut une compréhension de la notion de rayon de convergence.

Il convient d'initialiser les récurrences au bon rang, selon l'énoncé à démontrer.

La conclusion sur la forme générale d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 n'est pas maîtrisée, il est à noter que l'équation caractéristique est bien menée.
Certains candidats confondent série entière et développement limité d'une fonction. Le calcul éventuel d'une intégrale ou son écriture nécessite de vérifier son existence avant toute chose. La notion de continuité en un point a été malmenée par certains candidats.

Le calcul de limite en un point fini a posé problème à des candidats trop férus d'automatismes sans réflexion : un calcul de limite ne se réalise pas nécessairement par croissances comparées, notamment quand la limite recherchée est à la valeur 1.

Les hypothèses du théorème de changement de variables dans un intégrale, généralisées ou non, ne sont pas suffisamment connues ou ne sont pas citées spontanément. Il en va de même pour les critères de comparaisons des séries. Si le théorème de l'intégration par parties a été correctement énoncé dans l'ensemble des prestations, il est à regretter que certains candidats le proposent pour calculer l'intégrale d'une fonction polynômiale.

Les énoncés portant le nom « théorème des 3 hypothèses » ou « théorème des 3 conditions » ne revêtent pas une réalité claire hors de la classe où ils ont été appelés ainsi. Il est bon de rappeler que certains théorèmes ont des noms connus de tous et indiqués comme tels dans le programme officiel, les autres dénominations nécessitent une connaissance parfaite des hypothèses et interrogent les examinateurs lorsqu'ils sont évoqués sous une dénomination inconnue de lui.

Remarques particulières en algèbre et en géométrie

Beaucoup de candidats manquent de recul pour diagonaliser une matrice. Ils se précipitent sur le polynôme caractéristique alors que, dans certains exercices, nous suggérons les valeurs propres, perdant ainsi un temps précieux. Utiliser le polynôme caractéristique pour diagonaliser la matrice d'ordre n dont tous les coefficients sont égaux à 1 est pour le moins maladroit. Les matrices proposées ont souvent des propriétés facilement identifiables quand un soin est porté aux formes ou symétrie des colonnes ou des lignes. Il est à regretter que, cette session encore, des candidats récitent mécaniquement « le polynôme caractéristique est scindé donc la matrice est diagonalisable » mais sont bien en peine de définir le mot « scindé ». Les trinômes du second degré ont été un parent pauvre de ces évaluations ; les candidats seraient bien inspirés de réfléchir aux différentes expressions possibles (forme canonique, factorisée…) d'un tel trinôme et à leur intérêt respectif notamment à savoir repérer les racines évidentes.

Le lien entre isométries et matrices orthogonales ne semble pas clair pour de nombreux candidats. Certains pensent qu'il s'agit de matrices dont les colonnes sont deux à deux orthogonales. Les notations $O_n(\R)$ ou $SO_n(\R)$ ne sont toujours pas connues. Il est important de savoir déterminer le projeté orthogonal d'un vecteur rapidement (en particulier, dans R^3 sur un plan vectoriel).

Les nombres complexes ont déstabilisé des candidats. La pratique du calcul est importante : il faut savoir déterminer les racines carrées d'un nombre complexe, connaître les racines n-ièmes de l'unité… Trop de candidats ne savent pas résoudre $z^3=i$ et écrivent $\sqrt[3](i)$.

Les questions tournant autour des plans tangents se sont révélées catastrophiques. Certains candidats peinent dans le vocabulaire entre gradient, nabla, opérateur nabla sans donner un réel sens à ces mots.

La longueur d'une courbe a laissé bon nombre de candidats sans inspiration, c'est pourtant une formule exigible.

Certains candidats se sont démarqués en proposant spontanément un dessin, notamment lorsqu'il s'agit d'un projeté orthogonal.

Remarques particulières en probabilités

Les exercices de probabilité sont particulièrement clivants. Si des candidats annoncent correctement les supports image, espérances et variances des lois usuelles et proposent des réponses avec un vocabulaire adapté, d'autres peinent à prononcer le mot de variable aléatoire et à comprendre les questions demandant la loi de probabilité. Les exercices posés ont révélé des problèmes profonds de compréhension des objets mathématiques manipulés.
Nous avons vu des candidats écrire « X = p(1-p)^n-1 » ou effectuer des produits d'événements. Trop peu de candidats se préoccupent de convergence et encore moins de convergence absolue des séries définissant les moments.

Les lois usuelles doivent être connues (cela commence par les valeurs prises par la variable aléatoire) et il serait de bon ton d'être en mesure de donner un exemple de situation concrète pour chacune d'entre elles.

Nous regrettons encore et toujours la maîtrise très partielle de la formule des probabilités totales, souvent confondue avec la formule des probabilités composées ou celle de Bayes, et plus encore la méconnaissance de ses hypothèses. Fournir une définition claire de la notion de système complet d'événements pose problème.

Les candidats confondent, cette session encore, les termes « incompatibles » et « indépendants ».

Un arbre et de manière générale les dessins, sont très utiles pour comprendre certaines situations, mais ne font pas office de preuve.

L'espérance d'une valeur aléatoire discrète infinie semble toujours exister pour certains candidats (qui d'ailleurs, souvent, somment jusqu'à un indice n jamais défini).

Attitude des candidats, prestation orale :

L'oral est l'occasion d'évaluer les capacités de communication des candidats. Dans l'ensemble les candidats s'expriment de manière claire et audible ; ce qui permet un échange de qualité. Cependant, comme nous l'avons déjà fait remarquer lors des sessions précédentes, la maîtrise du français courant ou du vocabulaire mathématique est trop souvent approximative.

Nous avons vu surgir cette année l'expression fautive « au final » au lieu de « finalement ».
La locution « du coup » est encore répétée de manière exagérée par certains candidats parfois plusieurs fois dans la même phrase, ce qui perturbe l'écoute. Les examinateurs demandent parfois dès le début de l'épreuve, de faire attention à ce tic de langage quand celui-ci est scandé en continu.

Nous notons toutefois un effort cette année, et saluons les candidats qui tiennent compte des remarques qui leur sont adressées dans ce rapport.

Concernant le vocabulaire mathématique, nous constatons encore trop d'à-peu-près. On ne parle pas de dimension d'une matrice mais de sa taille, son format ou encore son ordre si elle est carrée. Nous notons encore trop de confusions entre condition nécessaire et condition suffisante. Les hypothèses d'un théorème sont des conditions suffisantes ; on ne les évoque donc pas en commençant sa phrase par « il faut ». Nous rappelons enfin que n! se lit « factorielle n » ou « factorielle de n » et non « n factorielle » et e ne se lit pas « exponentielle ». Nous avons également constaté une confusion fréquente entre inclusion et appartenance ainsi qu'entre vide et nul.

La gestion du tableau est dans l'ensemble bonne. Quelques rares candidats commettent l'erreur d'écrire dans les petits espaces encore libres ou commencent un calcul dans un espace manifestement trop étroit.

Tout cela nuit à la qualité de l'échange. La plupart des candidats demandent la permission avant d'effacer tout ou partie du tableau, ce qui est grandement apprécié.

Enfin, les examinateurs déplorent que les variables utilisées par les candidats soient rarement définies ; or, souvent, les calculs qui suivent ont une validité restreinte à un sous-ensemble.

3/ CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Il n'est nul besoin d'écrire son prénom et son nom au tableau durant l'épreuve. Citer les questions traitées et les méthodes proposées démontre un recul de la part du candidat sur le travail réalisé.

Il est bon de respecter les notations usuelles en cours depuis de nombreuses années, notamment pour les coefficients binomiaux et pour la définition du polynôme caractéristique. Habituellement, la valeur $\dfrac{\pi}{2}$ se dit « pi sur 2 » et non pas « pi demi ».

Cette session, des lacunes sévères ont été révélées chez certains candidats pour les calculs (fraction, résolution d'équation trigonométrique, trinôme du second degré, …). Il est étrange de voir des candidats proposer des méthodes du supérieur et se heurter à des compétences calculatoires d'un niveau bien moindre. La pratique d'exercices classiques (calcul des coefficients d'une série de Fourier, équation d'un plan tangent pour une surface donnée, formule des probabilités totales correctement justifiée, dérivation de série entière dans le domaine de convergence, calcul d'un projeté orthogonal, calcul de la distance d'un point à un plan, racines n-ieme d'un nombre complexe, …) ne se cantonne pas à la diagonalisation systématique de toute matrice proposée.

Durant l'exercice sans préparation, citer les parties de cours pouvant aider à la résolution et la définition des mots mathématiques utilisés peut s'avérer une stratégie gagnante. Même si la résolution de l'exercice n'est pas réalisée entièrement, un candidat actif maîtrisant les définitions de cours et les théorèmes avec leurs hypothèses peut avoir l'intégralité des points liés aux compétences évaluées.

Les candidats ont utilisé, à bon escient, l'outil Python afin d'émettre des conjectures permettant de répondre à des questions, même lorsque l'utilisation de cet outil n'était pas explicitement demandée. Un candidat faisant preuve d'autonomie, proposant des pistes, utilisant les outils mis à sa disposition pour aider sa réflexion (tout en distinguant la démonstration de la conjecture) ne peut être que valorisé.

Les examinateurs remercient les candidats qui ont su faire preuve de sérieux dans leurs réponses et avaient pris en compte les remarques du rapport de l'année précédente. Les examinateurs ont apprécié la politesse, l'écoute et la gestion du tableau et de l'outil Python de l'ensemble des candidats et souhaite une bonne préparation pour les candidats de l'année prochaine. Les modalités de l'épreuve de mathématiques sont reconduites.

Les examinateurs attirent l'attention des futurs candidats sur le changement de programme entre cette session 2022 et 2023. Certaines notions abordées en 2023 ne l'ont pas été pour cette année et certaines notions présentées dans ce rapport ne seront pas évaluées en 2023, dans le respect du nouveau programme.