



1 - MODALITES DE L'ÉPREUVE

Organisation pratique

L'épreuve orale de mathématiques dure une heure et se compose de deux parties de durées égales : une première phase de préparation d'une durée d'une demi-heure et une seconde phase d'interrogation au tableau. Chaque sujet comporte deux exercices indépendants, portant sur des thèmes distincts du programme de première année ou de deuxième année de TSI. Les exercices proviennent d'une banque commune à l'ensemble des examinateurs. Ils sont conçus pour aborder plusieurs pans du programme et rédigés de façon progressive, afin que tout candidat sérieux puisse raisonnablement trouver le début de chacun.

Pendant l'oral, l'interrogateur prend des notes à l'aide d'un ordinateur. Cela ne l'empêche aucunement d'être attentif au discours du candidat.

Calculatrice

Dans un certain nombre de sujets, la calculatrice est autorisée.

L'objectif est d'évaluer les capacités d'utilisation en Mathématiques de l'outil numérique et formel de la calculatrice pour la résolution de problèmes, la formulation de conjectures et la représentation graphique de résultats. Les planches ne sont pas centrées sur l'utilisation de la calculatrice mais celle-ci permet d'éviter certains calculs fastidieux (développements limités, recherche d'éléments propres, calculs d'intégrales...), de représenter des courbes, d'évaluer numériquement un terme d'une suite... Ceci n'exclut ni une question ponctuelle d'algorithmique (exemple : boucle...), ni que certains détails de calcul (à la main) puissent être exigés.

Notation et attendus

La notation des prestations des candidats porte à la fois sur leur maîtrise du cours, mais aussi sur les compétences mathématiques apparaissant dans les programmes de CPGE.

Concernant les connaissances, les examinateurs sont particulièrement attentifs à la connaissance des définitions fondamentales (par exemple, valeur propre, convergence d'une série ou d'une intégrale, définition d'un noyau, d'une image, etc.) et à la précision des énoncés des théorèmes principaux du cours.

S'il est important de connaître des méthodes et de développer des automatismes permettant de répondre aux différentes questions posées, l'oral permet de tester systématiquement si ces méthodes reposent sur une compréhension solide des concepts.

Ces dispositions seront reconduites pour la session 2016.

II - REMARQUES GENERALES

La moyenne de l'épreuve est fort satisfaisante et sensiblement égale à celle des années précédentes.

Les examinateurs ont apprécié le sérieux des candidats : ponctualité, politesse, connaissance du cours et des techniques de base, qualité de la présentation de l'exposé oral. Les difficultés théoriques transparaissent en général en avançant dans les sujets, à mesure que les questions deviennent plus abstraites.

Les candidats sont souvent enthousiastes à l'idée de faire un calcul ou d'appliquer une méthode bien précisée dans le cours. Il ne faut pas néanmoins que ceci soit fait au détriment de l'observation du problème posé, souvent abordable par des moyens plus abstraits et moins techniques.

Rappelons aussi que l'examineur n'attend pas le résultat de l'exercice mais plutôt l'exposé d'une démarche, l'expression d'idées. C'est surtout vrai sur les questions les plus difficiles des sujets où la réponse n'est pas toujours facilement atteignable dans le temps restant mais où le candidat peut néanmoins exposer ce qu'il ferait et les situations qu'il a reconnues.

Une épreuve orale

La spécificité de l'épreuve orale de Mathématiques repose sur la gestion de la préparation et sur la gestion du passage. Il est rarement possible de finir une planche lors de la préparation et une différence s'opère déjà à ce niveau entre les candidats capables de tirer parti de l'énoncé dans sa globalité et ceux qui abordent point par point les questions. Lors du passage, certains candidats tentent d'écrire le plus possible d'informations au tableau, oubliant en cela qu'il s'agit d'une épreuve orale. D'autres arrivent à un exposé synthétique de leurs idées permettant d'avancer plus rapidement dans les exercices. Dans tous les cas, les candidats seront interrogés sur les deux exercices. Le choix de l'exercice présenté en premier a son importance, le candidat pouvant s'en servir pour se mettre en confiance.

Les courbes et les graphiques peuvent être de bons supports pour peu que les axes et les points remarquables soient indiqués. C'est évidemment valable en analyse où des arguments d'intégration se transposent en argument sur des aires, ou des inégalités entre fonctions se traduisent par des propriétés sur leurs courbes. C'est aussi vrai en algèbre où plans et droites illustrent simplement des notions abstraites.

La gestion du tableau

La gestion du tableau, elle aussi, est appréciée. La présentation doit être claire, ordonnée, et les expressions mathématiques doivent respecter la rigueur du formalisme.

On rappelle aux élèves qu'ils doivent demander avant d'effacer le tableau. On leur conseille (lorsque le tableau de la salle d'interrogation le permet) de commencer par découper le tableau en deux parties et de s'imposer d'écrire petit, l'examineur étant situé à distance raisonnable.

Remarques particulières en analyse

On observe encore des difficultés (parfois très sérieuses) sur les manipulations calculatoires de base : dérivée (surtout pour les fonctions composées), primitivation (surtout de dérivée de fonctions composées), primitivations de x^n .

Les hypothèses du théorème d'intégration par parties, du théorème des valeurs intermédiaires, de la bijection, de Dirichlet (pour les séries de Fourier) en particulier ont posé problème.

Des difficultés persistent sur les développements limités, souvent confondus avec des équivalents et pour lesquels la notation de $o(\cdot)$ est souvent mal comprise. Certains développements limités sont mal connus et il est parfois étonnant de voir qu'après avoir énoncé un développement limité faux un candidat arrive à énoncer correctement le développement en série entière correspondant.

Les deux thématiques des séries numériques et des intégrales impropres présentent les mêmes problèmes : les élèves ont trop l'habitude d'utiliser les différents critères de convergence et connaissent trop peu la définition de cette convergence, pourtant essentielle. On peut ainsi régulièrement voir un candidat appliquer un théorème élaboré de convergence par équivalent (et l'appliquer correctement) puis ne pas connaître la définition de la somme partielle d'une série. Les différents théorèmes au programme sont importants et les méconnaître est évidemment sanctionné, mais les définitions de convergence d'une série ou d'intégrale généralisée sont évidemment fondamentales et doivent être maîtrisées.

Remarques particulières en algèbre et en géométrie

Les candidats connaissent de nombreuses techniques d'algèbre linéaire. Pour certains candidats ces techniques sont malheureusement un masque cachant une compréhension assez pauvre des principaux concepts de l'algèbre linéaire. Parmi les concepts les plus importants et les moins bien connus, citons la notion de combinaison linéaire. De nombreux candidats ne savent pas donner des exemples de combinaisons linéaires de deux vecteurs. Dans le même ordre d'idée, la définition de la notation « vect » est fort mal connue. Il en est de même pour les noyaux et les images d'applications linéaires.

Enfin, une notion importante et fort mal comprise est la notion de dimension. De très nombreux candidats savent chercher une base d'un sous-espace vectoriel (en tout cas une famille génératrice), puis compter les éléments pour trouver une dimension. Mais très peu perçoivent la notion de dimension en tant que concept, notamment en tant que nombre de degrés de liberté. C'est pourquoi on attend d'un candidat qu'il soit capable de donner directement la dimension par exemple de $M_2(\mathbb{R})$ ou de $\mathbb{R}_2[X]$, non en pensant à son cours, mais en réfléchissant rapidement aux degrés de liberté associés.

Parmi les méthodes usuelles de l'algèbre linéaire, les techniques de réduction de matrices sont en général bien connues. L'obtention de la matrice d'un endomorphisme n'est pas systématiquement réalisée. La traduction vecteur/coordonnées d'un vecteur pose encore problème, tout comme la preuve de la liberté d'une famille. Les techniques de travail sur les systèmes (passer du cartésien au paramétré, réciproquement) sont correctement utilisées mais il s'agit souvent d'automatismes.

Les questions portant sur le produit scalaire n'ont posé aucun problème aux candidats connaissant leur cours. En revanche, la notion de matrice orthogonale est mal connue.

Il est essentiel de savoir déterminer rapidement l'équation d'un plan à partir de différentes situations.

Remarques particulières en probabilités

Les probabilités ont été introduites à l'oral en plus faible quantité que la place qu'elles occupent dans le nouveau programme. Elles apparaîtront l'année prochaine dans une proportion en accord avec le programme.

Leur traitement est plutôt décevant (ou en tout cas trop binaire pour être satisfaisant, certains candidats réussissant assez facilement les exercices – classiques – posés et d'autres bloquant totalement).

Parmi les grandes notions, la formule des probabilités totales (malheureusement trop souvent écrite directement avec des probabilités conditionnelles) reste mal connue et la notion fondamentale de système complet d'événements n'est pas bien maîtrisée.

La formule des probabilités composées pose elle aussi problème. Elle est néanmoins l'outil indispensable pour calculer la probabilité d'une intersection d'événements non indépendants.

On souhaiterait que les candidats fassent un effort de réécriture des événements (à l'aide d'intersection, d'union, de complémentaires) avant de se lancer dans le calcul des probabilités.

On observe enfin que les lois de probabilités sont très mal connues. Tout d'abord concernant les modèles qui permettent de les construire : connaître ces modèles est pourtant indispensable pour reconnaître une loi, ce qui parfois est l'élément premier d'un exercice. Les univers images sont systématiquement occultés alors qu'ils devraient être la première information donnée sur la loi d'une variable aléatoire. Enfin, les formules des probabilités des lois sont trop approximatives.

III - CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Lors de la remise du sujet les examinateurs recommandent de lire une première fois la totalité de l'énoncé et de partager équitablement le temps de préparation afin d'aborder les deux exercices. Dans la préparation de chaque exercice, il peut être judicieux de réfléchir, avant tout calcul, à la stratégie que l'on abordera pour chaque question.

La calculatrice peut être utile pour répondre à certaines questions calculatoires (calculs de dérivée, recherche d'éléments propres, inverse de matrice). Les candidats ne doivent pas hésiter à s'en servir. Pour les calculs ainsi évités, ils doivent aussi se préparer à fournir une technique et à la mettre en place si cela est demandé par l'examineur.

Lors de la présentation orale, les candidats peuvent admettre des questions. Les examinateurs y reviendront en fin d'exposé. Par ailleurs, il est inutile d'attendre l'assentiment de l'examineur après chaque question. Rappelons qu'il n'est pas nécessaire de terminer les deux exercices pour obtenir une très bonne note. Enfin, les qualités de communication du candidat seront valorisées : clarté de l'expression, dynamisme de la présentation, ...

Un exposé succinct mais précis des résultats obtenus est attendu. Dans cet esprit, il est inutile de recopier le détail des calculs au tableau. Il convient d'en indiquer les grandes lignes ainsi que le résultat final. Par contre, les théorèmes utilisés seront cités et leurs hypothèses vérifiées avec soin. Il pourra aussi être judicieux d'illustrer ses propos par des figures en géométrie, ou des graphes de fonctions, ou un cercle trigonométrique lorsque que l'occasion se présente.

Dans le cas où une question viendrait à poser problème, il est recommandé d'indiquer toutes les pistes explorées, ce qui permettra d'engager un dialogue avec l'examineur. Rappelons à cet égard que les questions (ou les remarques) de l'examineur ont pour but d'aider les candidats à s'interroger sur la pertinence de leurs résultats et à les remettre sur une bonne voie. En aucun cas, les remarques de l'examineur ne visent à déstabiliser le candidat : il s'agit au contraire de le conduire à se poser les bonnes questions.

Globalement, les prestations des candidats sont assez satisfaisantes, tant sur le fond que sur la forme. Les examinateurs félicitent les candidats pour le sérieux de leur travail pendant ces deux ou trois ans de préparation et souhaitent bon courage aux futurs candidats.