

La session 2026 des épreuves orales du CCINP filières MP et MPI s'est déroulée dans d'excellentes conditions (à l'exception faite des vagues de canicule), grâce à l'implication de l'ensemble des examinateurs, de l'équipe administrative du CCINP, de la cité scolaire Voltaire et des vacataires mobilisés pour le mois d'oral.

Ce rapport de l'oral de mathématiques poursuit un double objectif :

- d'une part, il constitue un guide de préparation pour les futurs candidats aux épreuves orales de mathématiques des filières MP et MPI,
- d'autre part, il présente un retour d'expérience destiné aux enseignants de CPGE.

Au-delà des résultats chiffrés, cette édition met en évidence les acquis observés chez les candidats mais également les difficultés récurrentes relevées par les examinateurs.

L'objectif n'est pas de dresser un inventaire exhaustif des erreurs rencontrées mais plutôt d'identifier les points qui permettront aux futurs candidats d'aborder l'épreuve dans les meilleures conditions possibles.

Les observations formulées dans ce rapport s'appuient sur les retours de l'ensemble des examinateurs de l'oral de mathématiques.

Elles témoignent d'une volonté commune d'accompagner les étudiants dans leur préparation tout en rappelant les exigences scientifiques, méthodologiques et orales attendues lors de cette épreuve.

Je tiens enfin à remercier chaleureusement tous les enseignants de CPGE, les colleurs, les examinateurs ainsi que les équipes administratives qui ont contribué au bon déroulement de la session.

Leur investissement demeure un élément essentiel de la qualité des concours.

## INTRODUCTION

Les épreuves orales de mathématiques du CCINP filières MP et MPI se sont déroulées, pour la sixième année, à la cité Voltaire à Paris, du 22 juin au 18 juillet 2026.

Comme lors des sessions précédentes, les candidats admissibles ont été convoqués sur plusieurs demi-journées consécutives (3 en MP et 4 en MPI) afin de passer les différentes épreuves orales prévues dans leur filière.

La session 2026 s'inscrit dans la continuité des évolutions engagées ces dernières années avec l'intégration désormais pleinement installée des grands admissibles.

Le but de ce rapport est de :

- présenter le déroulement de l'épreuve et ses modalités d'évaluation,
- mettre en évidence les points forts ainsi que les difficultés les plus fréquemment rencontrées par les candidats,
- fournir aux candidats et à leurs enseignants des recommandations concrètes pour préparer efficacement l'épreuve orale.

Malgré les difficultés relevées dans certains domaines, le niveau général des prestations demeure satisfaisant et confirme l'engagement des candidats ainsi que le travail de préparation réalisé dans les CPGE.

## QUELQUES CHIFFRES POUR LA SESSION 2026

### Filière MP

3442 candidats présents à l'oral (3448 en 2025)

640 grands admissibles (656 en 2025)

Moyenne épreuve de maths : 11,37 (11,15 en 2025)

Écart-type épreuve de maths : 3,92 (3,95 en 2025)

### Filière MPI

627 candidats présents à l'oral (574 en 2025)

128 grands admissibles (120 en 2025)

Moyenne épreuve de maths : 11,53 (11,68 en 2025)

Ecart-type épreuve de maths : 4,15 (4,01 en 2025)

## DÉROULEMENT DE L'ÉPREUVE

L'épreuve orale de mathématiques est conçue pour évaluer à la fois les connaissances scientifiques du candidat, sa capacité à raisonner avec rigueur et son aptitude à partager clairement sa démarche.

Elle se déroule en deux temps :

### TEMPS DE PRÉPARATION (30 minutes formalités comprises)

Après les formalités d'installation à son entrée dans la salle, le candidat reçoit un sujet.

Il dispose alors du temps restant sur les 30 minutes pour prendre connaissance de son sujet et préparer, sur table et en autonomie, sa présentation orale.

### ENTRETIEN AVEC L'EXAMINATEUR (30 minutes formalités comprises)

Le candidat passe alors au tableau pour présenter son travail à l'examineur

Les 30 minutes sont consacrées au passage à l'oral et aux formalités de fin d'épreuve (récupération de la feuille de passage signée par l'examineur et des effets personnels, récupération du sujet et des brouillons par l'examineur...).

Chaque sujet comprend :

- un exercice sur 8 points issu de la banque publique accessible sur le site des concours ;
- un exercice sur 12 points élaboré par l'examineur.

Les deux exercices proposés portent sur des domaines différents du programme en vigueur (programme de 2021 et 2022).

### Important

Les examinateurs souhaitent rappeler que :

- les calculatrices sont interdites pendant toute la durée de l'épreuve ;
- le candidat pourra commencer sa présentation orale par l'exercice de son choix mais sera interrogé sur les deux exercices ;
- les questions de cours sont fréquentes dans la banque ;
- tout théorème utilisé ne figurant pas explicitement au programme sera énoncé correctement et démontré.

## CRITÈRES D'ÉVALUATION DE L'ÉPREUVE ORALE

Sont pris en compte dans l'évaluation les critères suivants :

- la maîtrise des définitions et théorèmes du programme,
- les capacités techniques et calculatoires,
- les prises d'initiatives durant l'épreuve et le degré d'autonomie,
- la pertinence de la réflexion,
- la justesse et la clarté des réponses,
- la rigueur du raisonnement,
- la réactivité aux éventuels conseils et indications de l'examineur,
- la qualité de la prestation orale et la bonne utilisation du vocabulaire mathématique.

### Conseils

Le candidat ne doit pas chercher uniquement à présenter un résultat juste.

L'épreuve orale vise également à apprécier la qualité du raisonnement, la rigueur scientifique, la clarté des explications et la capacité à dialoguer avec l'examineur.

Une démarche, même incomplète mais clairement exposée et présentée avec le souci de faciliter le suivi du raisonnement par l'examineur (par exemple, en rappelant les points clés de l'énoncé au tableau), sera toujours davantage valorisée qu'une démonstration énoncée sans mettre en évidence la compréhension et la maîtrise des idées mobilisées.

## BANQUE PUBLIQUE POUR LA SESSION 2027

La banque publique d'exercices de mathématiques demeure un élément central de la préparation à l'épreuve orale du CCINP filières MP et MPI.

Elle constitue un support privilégié, autant pour les candidats que pour leurs enseignants, en offrant un ensemble d'exercices représentatifs des attentes des examinateurs.

Le principe de banque publique d'exercices de mathématiques avec corrigés pour l'oral du CCINP filière MP et filière MPI est reconduit la session 2027.

La version actuellement disponible intègre les programmes de mathématiques en vigueur.

Elle compte 112 exercices :

**58 exercices d'analyse,**

**36 exercices d'algèbre,**

**18 exercices de probabilités.**

Les candidats et les enseignants peuvent télécharger cette banque, avec ou sans corrigés, sur le site des concours, dans la rubrique consacrée aux épreuves orales des filières MP et MPI.

Les éventuelles mises à jour, ainsi que leur date de publication, sont systématiquement indiquées sur la page de garde et au pied des pages de la banque.

### Point de vigilance

Il est vivement conseillé de consulter régulièrement le site des concours afin de vérifier si une nouvelle mise à jour a été mise en ligne.

Travailler sur la version la plus récente permet d'aborder l'épreuve dans les meilleures conditions.

## LES EXERCICES DE LA BANQUE : UN OUTIL DE PRÉPARATION À EXPLOITER PLEINEMENT

Les examinateurs constatent avec satisfaction que les exercices de la banque sont désormais largement intégrés dans la préparation des candidats.

Cette évolution constitue un progrès notable et contribue, de manière générale, à une meilleure maîtrise de l'épreuve orale.

Toutefois, cette préparation demeure parfois trop superficielle.

Les examinateurs observent que certains candidats connaissent les exercices proposés mais peinent à justifier les différentes étapes de leur raisonnement ou à répondre à des questions sur les solutions qu'ils proposent.

Il arrive également que certains développements semblent avoir été mémorisés sans que les notions sous-jacentes aient été véritablement assimilées.

La banque publique ne doit donc pas être considérée comme un recueil de solutions à apprendre par cœur, mais comme un véritable support d'entraînement permettant de consolider les connaissances du cours, de développer les techniques fondamentales et d'acquérir les réflexes attendus à l'oral.

Les examinateurs encouragent les candidats à reprendre chaque exercice en s'interrogeant sur les méthodes mises en œuvre, les hypothèses utilisées et les résultats du cours mobilisés.

Cette démarche favorise une compréhension durable et permet de faire face aux adaptations proposées lors de l'entretien, y compris lors du second exercice.

### **Le regard des examinateurs**

Un exercice compris est toujours plus profitable qu'un exercice appris par cœur.

L'objectif de la banque est d'accompagner la compréhension des notions et non de favoriser la mémorisation de corrigés.

## REMARQUES GÉNÉRALES SUR L'ORAL

Les observations qui suivent sont issues de l'ensemble des prestations des candidats de la session 2026. Elles mettent en évidence les principales tendances relevées par les examinateurs, tant sur les points de satisfaction que sur les difficultés le plus fréquemment rencontrées.

Ces constats ont pour vocation à guider les futurs candidats dans leur préparation et à attirer leur attention sur les compétences valorisées pendant l'épreuve orale.

### **Des points encourageants**

Dans l'ensemble, les examinateurs soulignent la qualité de l'engagement des candidats et les progrès observés sur plusieurs aspects de l'épreuve.

Les prestations orales sont généralement mieux maîtrisées que lors des sessions précédentes.

Les candidats ne se limitent plus à la lecture de leurs notes. Ils privilégient une présentation plus dynamique, en utilisant le tableau pour mettre en évidence les étapes essentielles de leur raisonnement, tout en accompagnant leurs démonstrations d'explications orales plus structurées.

Les examinateurs observent également que la majorité des candidats est attentive aux remarques et aux indications qui peuvent être formulées par l'examineur au cours de l'oral.

Cette capacité à prendre en compte les échanges avec l'examineur constitue un véritable atout, l'oral étant conçu comme un dialogue scientifique.

Enfin, si le stress reste naturellement présent, il apparaît moins pénalisant qu'au cours des sessions précédentes et n'empêche plus, dans la majorité des cas, les candidats de développer sereinement leur raisonnement.

### **Des points de vigilance**

Malgré ces évolutions positives, plusieurs difficultés demeurent.

Les examinateurs constatent tout d'abord qu'un nombre encore trop important de candidats éprouve des difficultés à énoncer avec précision et justesse certaines définitions fondamentales ou à rappeler les hypothèses complètes d'un théorème de programme. Une connaissance approximative du cours fragilise ensuite l'ensemble du raisonnement.

Les capacités calculatoires restent également un point de vigilance. Des techniques insuffisamment maîtrisées ralentissent les candidats et les empêchent parfois de mener à bien l'ensemble des exercices proposés.

Le manque de rigueur dans les démonstrations demeure une difficulté fréquemment observée, tout comme une connaissance parfois trop superficielle du cours, qui conduit certains candidats à appliquer des résultats sans en comprendre pleinement les conditions d'utilisation.

Les examinateurs relèvent enfin que certains candidats, notamment lorsqu'ils sont peu habitués aux épreuves orales (candidats venant de CGPE à l'étranger essentiellement), ont tendance à présenter leur travail comme s'il s'agissait d'une épreuve écrite, en privilégiant le tableau au détriment des explications orales.

Or, l'épreuve orale valorise tout autant la qualité du raisonnement que la capacité à le communiquer avec clarté.

### **Le regard des examinateurs**

Les meilleures prestations sont avant tout celles qui témoignent d'une bonne maîtrise des fondamentaux, d'une réflexion structurée et d'une réelle capacité à dialoguer avec l'examineur en profitant au mieux de ses éventuelles indications ou suggestions.

## **ANALYSE : COMPRENDRE LES DIFFICULTÉS POUR MIEUX LES SURMONTER**

Les exercices d'analyse permettent d'évaluer la maîtrise des concepts fondamentaux du programme ainsi que la capacité des candidats à mobiliser efficacement leurs connaissances dans des situations variées. Comme lors des sessions précédentes, plusieurs difficultés récurrentes ont été observées.

Les remarques qui suivent regroupent les erreurs les plus fréquemment relevées par les examinateurs. Elles constituent autant de pistes de travail et de réflexion pour les futurs candidats.

Les fragilités persistent sur plusieurs thèmes fondamentaux, notamment lorsqu'il s'agit de mobiliser le cours avec précision, de conduire une démonstration rigoureuse ou de choisir la méthode la plus adaptée à la situation étudiée.

### **TOPOLOGIE**

La topologie est un point faible même si on note des progrès depuis quelques sessions.

Elle reste une discipline abstraite et exigeante. Les examinateurs en sont conscients et notent un réel effort de la part des candidats.

Et, comme les exercices proposés sont souvent des démonstrations de cours ou des applications quasi-immédiates du cours, les efforts fournis par les candidats sont globalement payants.

Cela dit, certains candidats restent tout de même confrontés, malgré leur bonne volonté, à des soucis de rigueur : mauvaise manipulation des quantificateurs, confusions fréquentes entre implication et équivalence...

Enfin, la norme subordonnée demeure encore mal maîtrisée alors que cette notion semble moins abstraite que d'autres notions en topologie.

Les progrès observés montrent que les faiblesses en topologie ne constituent pas une fatalité.

## ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Les exercices portant sur les équations différentielles mettent régulièrement en évidence des difficultés d'ordre méthodologique.

- Problèmes de raccords des solutions survolés et non compris parfois.
- Manque de technicité dans la recherche de primitives. De ce fait, les candidats sont souvent pénalisés dans leur résolution.

Rappelons par exemple que pour intégrer une fraction rationnelle, il est souhaitable de penser à la décomposer en éléments simples.

- Méconnaissance fréquente de la structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle.

## SÉRIES NUMÉRIQUES

Une bonne maîtrise du vocabulaire sur les séries est un préalable indispensable.

Cette exigence, parfois sous-estimée, est pourtant essentielle tant pour construire un raisonnement rigoureux que pour communiquer avec l'examineur.

Nous avons pu relever également d'autres soucis majeurs décrits ci-dessous.

- Très mauvaise maîtrise du vocabulaire et des notations : mélange quasi-systématique (voire systématique), même chez les bons candidats, des notions de série, somme d'une série, somme partielle et suite des sommes partielles d'une série. Et de ce fait, de nombreux candidats manquent de rigueur également dans certains exercices de probabilités.
- Dans le critère spécial des séries alternées, trop de candidats oublient une des trois hypothèses qui assurent la convergence de la série. Par ailleurs, le critère spécial des séries alternées est une condition suffisante de convergence mais non nécessaire.
- Manque fréquent de technique pour étudier l'éventuelle convergence de séries, même sur des exemples très simples. L'outil essentiel pour justifier la convergence d'une série à termes positifs reste l'utilisation d'un équivalent. De nombreux candidats n'y pensent même pas ou peinent à trouver un équivalent simple.

- Trop de candidats pensent encore que si  $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$  (oubli de passage à la limite) alors, d'après

d'Alembert, la série de terme général  $u_n$  converge. Contre-exemple simple : la série harmonique.

Rappelons au passage que les séries de Bertrand ne sont toujours pas au programme.

Par contre, la connaissance des résultats sur les séries de Bertrand peut s'avérer tout de même utile car elle permet au candidat d'orienter son raisonnement : partir sur une preuve de convergence ou sur une preuve de divergence en comparant le terme général de la série de Bertrand à celui d'une série de Riemann.

## INTÉGRABILITÉ SUR UN INTERVALLE QUELCONQUE

Manque inquiétant de technique pour justifier l'intégrabilité d'une fonction sur un intervalle : en majorité, les candidats ne pensent même pas à utiliser un équivalent et lorsqu'ils en trouvent un, ils peinent souvent à comparer l'équivalent à une fonction de Riemann qui convient, surtout si la fonction n'est pas intégrable. Ces difficultés sont à mettre sur le compte d'un manque d'entraînement.

## SÉRIES DE FONCTIONS

Cette partie de l'analyse constitue le cœur du programme et pourtant les lacunes ou erreurs classiques restent trop fréquentes.

- Des lacunes importantes sur la convergence uniforme. Beaucoup de candidats pensent à considérer le reste mais ne le majorent pas indépendamment de  $x$ ... Certains arrivent à rectifier lorsqu'on leur demande de reformuler la définition de la convergence uniforme et qu'ils la connaissent.

- Pour la convergence normale sur  $A$ , les candidats sont rapidement en difficulté s'il ne suffit pas de majorer  $|f_n(x)|$  indépendamment de  $x$  sur  $A$ . Ils ne pensent pas systématiquement, dans ce cas-là, à chercher  $\sup_{x \in A} |f_n(x)|$  en étudiant les variations d'une fonction par exemple. Inversement, d'autres candidats se lancent dans une étude infructueuse des variations de  $|f_n(x)|$  (expression compliquée de  $|f_n(x)|$  par exemple) alors qu'une simple majoration convient.
- Ne pas oublier que, lorsqu'on parle de convergence uniforme ou normale, il est indispensable de préciser sur quel domaine sinon cela n'a aucun sens.
- Ne pas oublier que la convergence absolue entraîne bien la convergence simple mais en dimension finie.
- En ce qui concerne l'interversion limite et intégrale, encore trop de candidats pensent pouvoir utiliser un argument de convergence uniforme lorsqu'ils ne sont pas sur un segment. Plus généralement, en ce qui concerne les théorèmes d'interversion, les candidats "s'emmêlent les pinceaux" très rapidement en mélangeant ceux pour les suites de fonctions, ceux pour les séries de fonctions, ceux valables sur un segment et ceux valables sur un intervalle quelconque. Nous leur conseillons de synthétiser ces théorèmes dans un simple tableau et de les réviser régulièrement. Une carte mentale peut par exemple s'avérer utile pour certains candidats. De plus, quand ils savent quel théorème utiliser, il est rare d'obtenir toutes les hypothèses pour pouvoir l'appliquer. Enfin, les candidats ne pensent pas assez souvent à profiter de l'allègement des hypothèses à vérifier, suite au nouveau programme de mathématiques, lorsqu'ils manipulent des fonctions positives ou inversement, ils pensent pouvoir agir comme si les fonctions étaient positives en terme de vérification des hypothèses lorsqu'elles ne le sont pas.

## SÉRIES ENTIÈRES

- La recherche du rayon de convergence ne se limite pas à l'utilisation de la règle de d'Alembert.
- La règle de d'Alembert pour les séries entières reste inutilisable pour les séries lacunaires ou par exemple les séries du type  $\sum \cos n z^n$ .

Il est donc fondamental de connaître d'autres techniques présentées en cours ou en séances d'exercices pour déterminer le rayon de convergence : utiliser la règle de d'Alembert pour les séries numériques, déterminer les valeurs de  $z$  pour lesquelles  $(a_n z^n)$  est bornée, majorer ou minorer  $|a_n z^n|$ , repérer une valeur de  $z$  intéressante pour laquelle  $\sum a_n z^n$  converge ou diverge,...

- La règle de d'Alembert n'est pas une équivalence : une série entière de rayon de convergence  $R$  ne vérifie pas forcément  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \frac{1}{R}$ .

- Une erreur courante : pour la série entière  $\sum a_n z^n$ , de nombreux candidats écrivent que si

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{a_{n+1} z^{n+1}}{a_n z^n} \right| = l|z|, \text{ alors } \sum a_n z^n \text{ converge si et seulement si } l|z| < 1.$$

L'erreur provient du fait que la règle de d'Alembert assure la convergence absolue pour  $l|z| < 1$  et la divergence pour  $l|z| > 1$  mais le cas  $l|z| = 1$  est le cas douteux (cas pour lequel on ne peut conclure).

Donc l'équivalence proposée par les candidats est fausse.

Par contre, dans une telle situation, on peut conclure quant à la valeur du rayon. Reste à le présenter correctement à l'oral, comme à l'écrit d'ailleurs.

- Une série entière converge normalement donc uniformément sur tout disque fermé inclus dans le disque de convergence mais pas forcément sur le disque de convergence comme le pensent encore beaucoup trop de candidats.
- Mauvaise connaissance des développements en série entière usuels. De ce fait, les candidats sont souvent en difficulté sur des exercices où il est demandé de calculer des sommes de séries entières ou numériques.
- Bonne maîtrise globale du théorème d'Abel Radial et les candidats y pensent assez naturellement.

## INTÉGRALES À PARAMÈTRES

Globalement, les candidats connaissent mieux les hypothèses des théorèmes de continuité et de dérivabilité depuis quelques sessions mais ils ne pensent pas assez souvent, quand c'est nécessaire, à se placer localement pour l'hypothèse de domination. Et certains continuent, pour l'hypothèse de domination, à majorer trop souvent par une fonction qui dépend encore des deux variables de la fonction initiale.

Pourtant, si on leur demande alors l'énoncé du théorème, ils évoquent bien une domination par une fonction qui ne dépend que de la variable d'intégration.

## FONCTIONS À PLUSIEURS VARIABLES

Cette partie du programme est encore très mal maîtrisée par les candidats et fait souvent l'objet d'impasses.

On constate que quasiment aucun candidat n'est capable, par exemple, de prouver qu'une fonction à deux variables admet une dérivée partielle par rapport à une de ses deux variables en un point particulier. La règle de la chaîne pose indéniablement des soucis à la plupart des candidats.

Enfin, la partie liée à la recherche d'extrema locaux, globaux et sous contrainte est très mal maîtrisée également. Les théorèmes ne sont globalement pas connus ou mal connus (hypothèses incomplètes). Et lorsque les candidats les connaissent, ils les appliquent souvent comme des recettes de cuisine sans établir de lien, par exemple avec la formule de Taylor, pour la recherche des éventuels extrema locaux. C'est regrettable car le contenu de ce chapitre du programme est relativement restreint et les exercices proposés dans la banque sur cette partie restent basiques. Ils demandent juste une bonne connaissance des définitions et théorèmes du cours qui sont peu nombreux.

## ALGÈBRE : CONSOLIDER LES FONDAMENTAUX POUR GAGNER EN EFFICACITÉ

L'algèbre occupe une place importante dans l'épreuve orale.

Les exercices proposés permettent d'évaluer aussi bien la maîtrise des concepts fondamentaux que la capacité des candidats à mettre en œuvre des méthodes de raisonnement variées dans des situations plus ou moins familières.

### ARITHMÉTIQUE

Beaucoup moins d'impasses sur cette partie du programme que les années précédentes. Les candidats restent fragiles sur ce domaine mais peuvent tout de même traiter des questions simples.

On note donc une amélioration encourageante.

### ALGÈBRE LINÉAIRE

- En dimension infinie, pour prouver que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires sur  $E$ , peu de candidats ne pensent pas assez rapidement à raisonner par analyse et synthèse ou quand ils y

pensent, la phase de synthèse ou vérification que la décomposition obtenue convient, est très souvent oubliée.

- Être capable de déterminer une base d'un sous-espace vectoriel est primordial et pose pourtant problème à trop de candidats encore. De plus, lorsqu'on demande de vérifier qu'une partie  $F$  est un sous-espace vectoriel de  $E$ , il semble intéressant de se demander si ça n'est pas simplement un vectorielisé, ce qui permet simultanément de prouver que c'est un sous-espace vectoriel et d'en déterminer une famille génératrice.
- Enfin, précisons que si on utilise cette méthode par analyse-synthèse pour prouver que  $A$  et  $B$  sont supplémentaires sur  $E$ , alors il n'est pas nécessaire de vérifier en plus que  $A \cap B = \{0\}$ . La phase d'analyse assure l'unicité de la décomposition.
- Si  $F$  est un sous-espace vectoriel de  $E$  de dimension finie, il y a bien existence d'un supplémentaire mais il n'est pas unique !!!
- Trop de candidats annoncent  $u$  injectif  $\Leftrightarrow u$  surjectif  $\Leftrightarrow u$  bijectif car  $u$  endomorphisme (sans évoquer qu'ils sont en dimension finie) ou car on est en dimension finie juste (sans dire que l'espace de départ et d'arrivée ont la même dimension).
- Beaucoup de candidats ne savent pas trouver rapidement ou simplement une base de l'image pour une application linéaire en dimension finie. Rappelons qu'en dimension finie, l'image est engendrée par l'image d'une base de l'espace vectoriel de départ.
- La formule du rang en dimension finie n'assure pas, comme le pensent encore trop de candidats, que  $\ker f$  et  $\operatorname{Im} f$  sont supplémentaires.
- Penser à l'outil déterminant pour vérifier la liberté d'une famille de vecteurs.

## RÉDUCTION DES ENDOMORPHISMES

- Ce chapitre met en évidence, au moment de déterminer le polynôme caractéristique d'un endomorphisme, le manque fréquent de technicité pour calculer un déterminant.
- Les candidats devraient connaître sur le bout des doigts les différentes équivalences au fait qu'un endomorphisme soit diagonalisable... Et c'est malheureusement loin d'être le cas même si ces différents théorèmes sont mieux maîtrisés que sur les sessions précédentes.
- Erreur courante : « un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé à racines simples ». Si le polynôme caractéristique est scindé à racines simples alors  $u$  est diagonalisable, mais la réciproque est bien entendu fautive, il suffit de considérer l'endomorphisme nul comme contre-exemple.
- La donnée d'un endomorphisme  $u$  de  $E$  et d'un sous-espace vectoriel  $F$  de  $E$  stable par  $u$  devrait, assez mécaniquement, faire penser au candidat à considérer la restriction de  $u$  à  $F$ . De nombreux exercices sur le chapitre réduction des endomorphismes (ou algèbre linéaire) s'appuient sur cette idée.
- Problèmes courants de vocabulaire.

Exemples :  $A^2 + 3A + I_3$  est un polynôme annulateur de  $A$  au lieu de  $X^2 + 3X + 1$  est un polynôme annulateur de  $A$  ;  $X^2 + 3X + 1 = 0$  (qui est faux) au lieu de  $X^2 + 3X + 1$  est annulateur de  $A$  ; le polynôme annulateur au lieu d'un polynôme annulateur.

- Confusions fréquentes entre le polynôme minimal, le polynôme caractéristique et un polynôme annulateur quelconque.
- De grosses confusions sur les polynômes d'endomorphismes.

Exemple : si on demande de vérifier que  $X^2 + 3X + 1$  est un polynôme annulateur de l'endomorphisme  $u$ , de nombreux candidats tentent de former  $(u(x))^2 + 3u(x) + 1$  au lieu de  $u(u(x)) + 3u(x) + x$ .

Ce constat explique que ces mêmes candidats peuvent difficilement trouver un polynôme annulateur pour un endomorphisme donné.

- Si  $P$  est un polynôme annulateur de l'endomorphisme  $u$ , la quasi-totalité des candidats annonçaient sur les sessions précédentes, que les racines de  $P$  sont alors exactement les valeurs propres de  $u$ ,

alors que seule l'inclusion de l'ensemble des valeurs propres dans l'ensemble des racines de  $P$  est vraie. Il se trouve que depuis deux ou trois sessions, cette erreur est beaucoup moins courante...

- Une erreur fréquente : si  $\dim \text{Ker } u = p$ , alors 0 est valeur propre de multiplicité  $p$ .

Rappelons que seul le résultat  $1 \leq \dim E_\lambda \leq m_\lambda$  est vrai et que ce résultat est très utile.

En fait, pour de trop nombreux candidats, la confusion entre multiplicité d'une valeur propre dans le polynôme caractéristique et dimension du sous-espace propre associé est fréquente.

## ESPACES VECTORIELS EUCLIDIENS

- Confusion entre  $A^\perp = B$  et  $A \perp B$ .  $A \perp B$  implique juste que  $B \subset A^\perp$  et  $A \subset B^\perp$ .
- De nombreux candidats semblent avoir oublié l'inégalité de Cauchy-Schwarz ou oublient les valeurs absolues dans cette inégalité.
- Ne pas oublier que si  $p$  est la projection orthogonale sur  $F = \text{Vect}(e_1, \dots, e_p)$ , alors la formule

$$p(x) = \sum_{i=1}^n \langle x, e_i \rangle e_i \text{ n'est valable que si } (e_1, \dots, e_p) \text{ est une base orthonormale de } F.$$

- Une mauvaise maîtrise de l'expression d'une projection orthogonale rend difficile le calcul de la distance d'un vecteur à un sous-espace vectoriel donné. Et pourtant c'est un point important du programme.  
À ce sujet, un schéma est toujours le bienvenu pour déterminer le projeté orthogonal d'un vecteur  $x$  sur un sous-espace  $F$ .
- Difficultés fréquentes pour trouver une base orthonormée d'un sous-espace vectoriel, même de dimension 2.
- Manque de technique pour trouver l'orthogonal d'un sous-espace vectoriel  $F$  : rappelons qu'une technique efficace en dimension finie reste de trouver une base de  $F$  et de traduire que :  $x \in F^\perp \Leftrightarrow x$  est orthogonal à chaque vecteur d'une base de  $F$ .
- Le théorème spectral assure effectivement l'existence d'une base de vecteurs propres pour un endomorphisme symétrique réel mais trop de candidats oublient qu'il assure aussi l'existence d'une base orthonormée de vecteurs propres... et le caractère orthonormé peut s'avérer bien utile.
- Dans le théorème spectral, le lien n'est pas toujours établi entre l'existence d'une base orthonormée et le fait que la matrice de passage de l'ancienne base à la nouvelle base puisse être orthogonale. Le cours doit être appris, certes, mais aussi compris en profondeur.
- La matrice d'un endomorphisme symétrique est symétrique à condition de se placer dans une base orthonormée.
- Sur cette session encore, trop de candidats ne se souviennent plus de la définition d'un endomorphisme symétrique (ils n'ont qu'une version matricielle de la symétrie en tête) ou pensent que  $u$  est symétrique si et seulement si pour tout vecteur  $x$  de  $E$ ,  $(u(x)|x) = (x|u(x))$ .
- Très rares sont les candidats capables de déterminer concrètement une base orthonormée de vecteurs propres pour un endomorphisme symétrique. Très souvent, les candidats pensent qu'en orthonormalisant avec le procédé de Gram-Schmidt, cela va fonctionner. La démarche est fautive car la base obtenue est bien orthonormale mais n'a aucune raison de rester une base de vecteurs propres. La démarche la plus simple reste de chercher une base orthonormée de chaque sous-espace propre et d'utiliser le fait que leur somme vaut  $E$  et qu'ils sont orthogonaux pour conclure.
- Pour vérifier si une matrice donnée est orthogonale,  $A^{-1} = {}^t A$  n'est pas la caractérisation la plus pratique !
- Une caractérisation très souvent efficace est que  $A$  est orthogonale si et seulement si les colonnes de  $A$  forment une famille orthonormée.
- Erreur fréquente :  $A$  est orthogonale si et seulement si son déterminant vaut 1 ou -1 !!! Rappelons qu'on peut juste annoncer que si  $A$  est orthogonale, alors  $\det A \in \{-1, 1\}$ .

- Attention : un endomorphisme est symétrique (ou autoadjoint) si et seulement si sa matrice est symétrique mais à condition de se placer dans une base orthonormée.
- Globalement, la partie du programme sur l'adjoint semble plutôt bien maîtrisée.

## PROBABILITÉS : MODÉLISER AVEC RIGUEUR ET RAISONNER AVEC MÉTHODE

Les exercices de probabilités permettent à l'examineur d'évaluer les capacités de réflexion et d'expression du candidat.

Globalement, les candidats préparent davantage les exercices de probabilités de la banque depuis quelques sessions.

Cela dit, on constate, très souvent, que les explications orales qui accompagnent les résultats proposés pour les exercices de probabilités, comme la détermination d'une loi par exemple, ne sont pas toujours très claires. À tel point qu'il est souvent difficile de comprendre où le raisonnement du candidat est défaillant et de ce fait, il est difficile de l'aider à rectifier.

Pourtant, Boileau disait « ce qui se conçoit bien s'énonce clairement et les mots pour le dire arrivent aisément ».

Plusieurs examinateurs relèvent une méconnaissance des lois usuelles et regrettent aussi un manque de rigueur (pas de noms d'événements, pas d'argument d'indépendance ou d'incompatibilité évoqué...) pour les justifications des calculs de probabilités.

En résumé, les candidats ont souvent du mal à modéliser.

Enfin, de nombreux exercices de probabilités font appel au chapitre sur les séries et les soucis de vocabulaire et de techniques rencontrés dans ce registre se retrouvent dans les exercices de probabilités.

Quelques erreurs courantes relevées :

- Quand on demande la loi d'une variable aléatoire  $X$ , le premier point à préciser est le support de la variable  $X$ , noté  $X(\Omega)$ . Très peu de candidats pensent à le préciser.
- Trop de candidats pensent encore que la loi de la somme des variables  $X$  et  $Y$  est donnée par  $P(X + Y = k) = P((X = n) \cap (Y = k - n))$ . Ce qui n'a évidemment aucun sens.
- Il est vivement conseillé, quand on demande de trouver l'espérance ou la variance d'une variable aléatoire  $X$ , de regarder d'abord si  $X$  ne suit pas une loi connue dont on connaîtrait l'existence et la valeur de l'espérance et de la variance. Gain de temps assuré !! À condition bien sûr de connaître par cœur les espérances et les variances des lois au programme.
- La covariance de deux variables pose problème alors qu'il s'agit d'une notion importante et pas compliquée.

## CONSEILS POUR LES FUTURS CANDIDATS

### Concernant la préparation aux oraux

Les attentes fondamentales d'un examinateur restent avant tout :

- une bonne maîtrise des définitions et théorèmes du cours ;
- un raisonnement rigoureux et clairement structuré ;
- des capacités calculatoires et des techniques de base acquises.

Si vous êtes défaillants sur un de ces points là, vous risquez d'être rapidement bloqués dans les exercices proposés.

Autant un examinateur pourra éventuellement vous guider dans votre raisonnement, autant il ne mènera pas un calcul à votre place et ne vous rappellera ni une définition, ni un théorème oublié, ni une technique de base ;

- des explications claires et rigoureuses.

Une condition nécessaire à la réussite de l'oral reste donc de :

- savoir formuler correctement les définitions du programme et énoncer rigoureusement, avec toutes les hypothèses nécessaires, les théorèmes fondamentaux ;
- connaître par cœur ses formules de développements limités, de trigonométrie, de développements en série entière usuels...
- s'entraîner tout au long de l'année sur des exercices calculatoires.  
Domaines conseillés : calculs de développements limités, recherche d'équivalents, recherche des valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice, calcul de l'inverse d'une matrice, calculs de déterminants... ;
- s'entraîner régulièrement, comme un pianiste ferait ses gammes, à des techniques fondamentales : recherche de primitives, étude du caractère intégrable d'une fonction sur un intervalle donné, calcul de la somme d'une série entière en s'aidant des développements en série entière usuels,...
- différencier, une bonne fois pour toutes, les notions suivantes relatives aux séries : somme partielle, suite des sommes partielles, série et somme d'une série et les utiliser à bon escient.

Une bonne maîtrise de ces différents points vous permettra d'acquérir des automatismes, de pouvoir consacrer davantage de temps lors de votre oral aux questions de réflexion et de mettre l'examineur dans de bonnes dispositions pour vous guider éventuellement.

Plus les techniques de base seront maîtrisées, plus le candidat pourra consacrer son énergie aux questions de fond.

Par ailleurs, nous vous conseillons vivement :

- de travailler en profondeur les démonstrations du cours pour une meilleure mémorisation et assimilation ;
- de vous entraîner à donner des explications orales claires pour les recherches des lois de variables aléatoires en probabilités ;
- de travailler sérieusement les exercices de la banque. Ils balayent la quasi-totalité du programme et constituent donc une bonne base de révisions.  
Quelques candidats ont tenté de reproduire, sans les avoir bien compris, des corrigés d'exercices de la banque. L'examineur le repère très rapidement et n'hésite pas alors à questionner le candidat pour obtenir des éclaircissements ;
- d'éviter les impasses.

### **Pendant les oraux**

- La rigueur et la logique sont les mots d'ordre.
- Lors de l'utilisation d'un théorème, signaler à l'examineur toutes les hypothèses nécessaires, même si elles sont vérifiées de manière évidente.
- Quand on pense proposer une équivalence, s'assurer que ça en soit bien une.
- Ne pas mélanger condition nécessaire et condition suffisante.
- Quand il est demandé de prouver une égalité entre deux ensembles, s'assurer que l'on n'a pas juste prouvé une inclusion.
- Soigner toutes les démonstrations. L'intuition ou un dessin ne constituent pas une preuve.
- Manipuler correctement le vocabulaire mathématique, les quantificateurs, les bornes supérieures...
- Penser aux liens logiques au tableau : quand on passe d'une ligne à l'autre, préciser si c'est une implication, une équivalence...

### **En termes d'attitude et de stratégie**

- Bien lire l'énoncé même si cela semble évident. Si une indication est donnée dans l'énoncé, il est conseillé de la suivre.
- Il semble logique de commencer par l'exercice le plus abouti pendant la préparation. Cela permet une mise en confiance.

- Ne pas recopier tout l'énoncé au tableau, c'est une perte de temps. Par contre, on peut simplement noter les informations essentielles de l'énoncé au tableau pour le confort de l'examineur (lui éviter d'avoir à regarder trop souvent l'énoncé de l'exercice pour suivre).
- Au démarrage d'une question, annoncer rapidement à l'examineur la démarche que l'on compte suivre.
- S'exprimer clairement et ne pas cacher ce que l'on écrit au tableau.
- Ne pas se précipiter lorsque l'examineur pose une question ou demande des éclaircissements. Se laisser, si nécessaire, un temps de réflexion, pour éviter le cumul de fausses réponses. Rappelons que les mauvaises réponses sont davantage pénalisantes que les temps morts.
- Éviter de répondre au hasard ou « à côté » de la question posée. Mieux vaut avouer que la réponse n'est pas connue.
- L'examineur est censé peu s'exprimer pendant l'oral. De ce fait, s'il vous donne une indication ou un conseil, il faut le saisir car il y a de fortes chances de ne pas pouvoir s'en sortir sans.
- Éviter de dire que c'est évident au cours d'un raisonnement au cas où ça ne le serait pas.
- Si l'examineur vous signale une erreur, éviter de tenter de prouver qu'il n'y en a pas. Essayer plutôt de trouver l'erreur en question.
- Éviter de couper la parole à l'examineur même si cela paraît être une évidence.
- Ne pas attendre que l'examineur valide chaque ligne écrite pour avancer.
- Éviter d'être passif durant l'oral.
- Même si on ne sait pas traiter une question, faire part à l'examineur des voies envisagées et des raisons pour lesquelles elles n'ont pas abouti.
- Si la situation s'y prête, commencer par étudier des cas particuliers pour une meilleure visualisation (par exemple si la question porte sur le calcul d'un déterminant de taille  $n$ , commencer par de petites valeurs de  $n$  avant de tenter une généralisation).
- Si on doit prouver qu'une proposition  $P$  implique une proposition  $Q$ , il faut bien observer ce qu'on cherche à obtenir (proposition  $Q$ ) pour mettre en place une stratégie plutôt que de partir tête baissée de la proposition  $P$  initiale sans savoir quelle direction emprunter.
- Ne pas effacer le tableau avant d'avoir demandé l'autorisation à l'examineur. Il est censé pouvoir noter tout ce que vous faites pendant l'oral.

Pour résumer :

Construisez votre raisonnement avec l'examineur.

Soyez productifs, rigoureux, dynamiques et pertinents dans votre démarche scientifique.

L'examineur saura, en retour, l'apprécier.

## CONCLUSION

Chaque session apporte son lot d'observations plus ou moins nouvelles mais confirme la permanence de certaines exigences fondamentales : la maîtrise du cours, la rigueur du raisonnement, la qualité de l'expression scientifique et la capacité à mobiliser ses connaissances avec discernement.

Les examinateurs souhaitent avant tout contribuer à la préparation des futurs candidats et accompagner les enseignants dans leur mission de formation.

Nous espérons donc que ce rapport permettra à chaque futur candidat d'aborder l'épreuve avec davantage de confiance, de méthode et de rigueur et une meilleure compréhension des attentes et des compétences que cet oral mobilise.

Nous espérons également que ce rapport constituera pour les enseignants de CPGE, un support utile dans l'accompagnement de leurs étudiants vers la réussite.