



## 1/ Présentation de l'épreuve

Le sujet de l'épreuve, consacré au procédé de vibrofonçage en génie civil, portait sur l'étude du mouvement de l'ensemble composé du vibrateur et du profilé à enfoncer en s'intéressant plus spécifiquement au comportement vibratoire de l'ensemble et les conséquences éventuelles pour l'environnement.

Dans la première partie sur le vibrofonçage à basse fréquence, on déterminait une expression de l'effort harmonique exercé par le vibrateur sur le profilé, puis on étudiait un dispositif technologique permettant de limiter la transmission au voisinage de vibrations nuisibles. On établissait ensuite, en supposant un comportement rigide du profilé, l'équation de mouvement de l'ensemble dont la solution en régime harmonique illustre de manière simple l'interaction entre la machine et son environnement.

Dans la seconde partie, le profilé était considéré comme un milieu déformable de type poutre, ce qui conduisait à un modèle de comportement permettant de caractériser le phénomène de résonance des modes élastiques pour les hautes fréquences et de mettre en évidence l'intérêt du vibrofonçage dit résonant pour la réduction des nuisances.

Les connaissances mobilisées pour la partie Physique et Sciences de l'Ingénieur relevaient essentiellement du domaine de la Mécanique : accélération d'un point d'un solide, théorème de la résultante dynamique (à plusieurs reprises), loi de comportement d'un ressort, définition de l'effort normal dans une poutre, relation avec la contrainte normale. Bien que limitées en nombre et en étendue, elles nécessitaient dans le contexte de ce sujet une maîtrise solide de leur application et une bonne compréhension des concepts et phénomènes associés. Cette exigence a fait défaut chez les candidats qui par manque de recul limitent leur action à l'application de « recettes » et de formules souvent sans la rigueur nécessaire et qui de fait se retrouvent vite dépassés dans des situations sortant du cadre habituel.

Sur le plan des Mathématiques, les développements demandés empruntaient au programme des deux années préparatoires et permettaient d'illustrer dans un contexte de modélisation et de résolution de problématiques scientifiques et technologiques des notions telles que les équations trigonométriques, l'étude et la représentation graphique de fonctions, les équations différentielles ordinaires ou aux dérivées partielles, les systèmes linéaires, le calcul intégral, le produit scalaire et les séries numériques. Concernant les prérequis, on effectue le même constat qu'en Mécanique et la remarque précédente peut donc s'appliquer à l'identique.

## 2/ Remarques générales

L'énoncé était composé de deux parties comportant chacune une vingtaine de questions de difficultés variées allant de la réponse quasi immédiate de type cours à la démonstration en plusieurs points. La volonté de ne négliger aucune des étapes de construction du modèle, depuis le stade élémentaire jusqu'à l'élaboration de la réponse finale, rendait le sujet assez long et probablement ambitieux. Une relative indépendance entre les questions permettait cependant de passer outre les situations de blocage. De plus, tout au long du sujet, des questions demandant de retrouver un résultat donné permettait de vérifier sa progression en agissant comme un filet de sécurité. Enfin, une certaine progressivité dans la difficulté donnait l'occasion aux candidats plus à l'aise de se distinguer.

De manière générale, cette troisième édition de l'épreuve de modélisation n'a pas donné lieu à une amélioration sensible du niveau scientifique des copies et de la réussite. Le caractère multidisciplinaire de cette épreuve encore récente semble toujours poser des problèmes d'adaptation aux candidats. Ainsi la première partie du sujet, conçue comme une entrée en matière plutôt simple et qui ne requérait pourtant qu'un outillage mathématique élémentaire, n'a-t-elle rencontré qu'un succès mitigé en termes de résultats. Enfin, dans les questions de synthèse, les candidats ne sont pas toujours parvenus à faire le lien entre les développements effectués et la problématique traitée.

Sur la forme, les correcteurs ont apprécié les efforts déployés par la majorité des candidats pour présenter leurs travaux de façon claire et structurée. Par effet de contraste, le manque de soin et de rigueur de certaines copies n'en apparaît que plus flagrant.

### 3/ Remarques particulières question par question

- Q1. Les candidats ont généralement procédé par double dérivation du vecteur position ou dérivation du vecteur vitesse obtenu par composition de mouvement. Dans tous les cas on recommande l'utilisation du théorème de la base mobile pour éviter les projections hasardeuses et les dérivations laborieuses. Enfin, on rappelle que la composition des accélérations diffère de celle des vitesses en faisant intervenir un 3<sup>e</sup> terme dit de Coriolis fort heureusement nul ici.
- Q2. Beaucoup de candidats semblent ignorer la définition d'un repère galiléen. Le bilan des actions mécaniques n'a pas toujours été effectué de manière rigoureuse conduisant à des erreurs de signe sur l'effort recherché ou l'apparition d'un effort « centrifuge » dans la liaison pivot. La réponse étant donnée dans l'énoncé, certaines démonstrations sont très tortueuses ou relèvent du miracle, en particulier lorsque le candidat n'a pas su répondre à la question précédente.
- Q3. La réponse était immédiate en considérant le contact extérieur, cependant le signe est faux dans la moitié des copies. On ne demandait pas de justification dans ce cas, mais certains candidats ont néanmoins calculé la vitesse de glissement.
- Q4. Un raisonnement élémentaire conduisait à l'expression recherchée. Les problèmes sont survenus lors de la simplification : carré négatif, confusion des vecteurs, ....
- Q5. Peu de candidats ont compris qu'il s'agissait d'une question de mathématiques. La bonne propriété à utiliser était l'orthogonalité et non la colinéarité de deux vecteurs. Cependant, une bonne partie des candidats qui ont compris la nécessité de projeter la force sur un axe ne l'ont pas projeté sur le bon.
- Q6. La relation s'obtient de manière immédiate à partir de Q5 mais rares sont les candidats à avoir justifié correctement la formule obtenue. Les propositions ont été néanmoins très variées, souvent en contradiction avec le résultat de Q3 et jusqu'à l'obtention de valeurs constantes pour les angles, un comble pour une machine tournante ! Une partie des candidats a tracé le bon dessin sans avoir auparavant fait les calculs mais la consigne d'angle donnée de  $\pi/4$  n'a pas toujours été respectée.
- Q7. La question a donné lieu à de nombreux dessins fantaisistes. Les candidats n'ont pas toujours remarqué que dans le cas  $\alpha = 0$ , on demande de tracer un cosinus. Le tracé de la fonction somme d'un cos et d'un sin a posé beaucoup de difficultés et rares sont les courbes présentant un déphasage et une amplitude correctes.
- Q8. L'intérêt du dispositif a été généralement mal perçu et beaucoup de réponses ont consisté à paraphraser l'énoncé.
- Q9. Il fallait ici simplement utiliser les symétries du solide. L'argument de colinéarité du vecteur position est évidemment insuffisant.
- Q10. Il s'agissait d'effectuer à la main 4 multiplications et une division avec des nombres relativement simples et le résultat a été peu satisfaisant même en accordant une marge d'erreur généreuse. Cela traduit évidemment un manque de pratique dans la pose d'opérations ou le calcul mental. A noter et c'est dommage, que beaucoup de candidats ne vont pas au bout des calculs.
- Q12. Cette question a été bien traitée dans l'ensemble, aux erreurs de signe près. Il est probable que la présence des efforts recherchés dans l'équation de Q14 a permis à des candidats d'adapter favorablement leur réponse.

- Q13. On attendait une nouvelle application du théorème de la résultante dynamique en prenant en compte d'une part l'accélération de l'ensemble mobile et d'autre part les actions exercées, en particulier l'excitation harmonique. Beaucoup de candidats se sont contentés d'une version statique du théorème même en présence d'une action mécanique pourtant bien variable dans le temps.
- Q14. La réponse à cette question découlait immédiatement de la question précédente et ne présentait pas de difficulté.
- Q15. Le terme d'inertie, pourtant largement ignoré en Q13, refait ici surface dans beaucoup de copies sans que cela n'évoque d'interrogations. La question suscite parfois des développements un peu longs alors qu'il suffisait de retrancher les équations de Q15 et Q14 pour faire apparaître naturellement le changement de variables suggéré.
- Q16. La question a été très mal comprise. On ne demandait pas de résoudre l'équation mais de trouver une solution particulière sous la forme proposée dans l'énoncé. Il fallait donc simplement calculer les dérivées temporelles du  $u$  donné et les remplacer dans la formule pour en tirer une expression algébrique du facteur  $s$ . De nombreux candidats, par réflexe, se sont lancés en pure perte dans la recherche d'une solution générale.
- Q17. La question a été peu traitée même par ceux qui ont réussi la question précédente. On souhaitait connaître le comportement à l'infini et mettre en évidence la valeur de pulsation problématique.
- Q18. D'après le résultat précédent, l'appareil est susceptible d'entrer en résonance lors des phases d'arrêt et de marche. L'amplitude ne peut évidemment être infinie en présence d'amortissement, notamment au niveau des coussins. Enfin le recours au dispositif étudié en Q6 permet d'annuler totalement cet effet.
- Q19. Cette question, qui dépendait fortement de Q16, a été rarement traitée.
- Q20. L'objet de la question n'était pas d'améliorer le procédé de vibrofonçage comme on a pu le rencontrer parfois mais bien de compléter le modèle étudié en introduisant par exemple un frottement fluide entre le profilé et le sol.
- Q21. On demandait tout simplement aux candidats de rappeler la relation entre contrainte et effort normal. Seul un petit nombre a su le faire correctement, en conservant parfois dans l'expression de  $c$  un rapport  $S$  sur  $A_p$  pourtant égal à 1, faute de ne pas avoir pu s'émanciper de la notation « vue en cours ». Pour les autres qui ont remplacé l'effort par une contrainte ou une déformation, une rapide analyse dimensionnelle de la célérité leur aurait permis d'identifier leur erreur.
- Q22. L'équation (3) est issue de l'application du théorème de la résultante dynamique à la masse  $M$  seule. Pour l'équation (4), c'est une conséquence directe de la définition de l'effort normal comme étant l'effort exercé par la partie droite, ici le ressort, sur la section considérée.
- Q23. La question a été bien réussie globalement. On peut néanmoins déplorer que certains candidats ne sachent pas dériver  $\cos$  ou  $\sin$  (problème de signe).
- Q24. La question a également été bien traitée même si de nombreuses copies indiquent « en remplaçant on voit que cela fait zéro ». La réponse étant dans l'énoncé, cela ne rapporte pas de point. On attendait donc ici un minimum de calcul et il ne suffisait pas de dire que le résultat était évident. La démonstration va de quelques lignes à une page suivant les candidats, ainsi beaucoup d'entre eux développent pour montrer que  $(a+b)(c+d) - (a+b)(c+d) = 0$  !
- Q25. Peu de candidats ont réussi correctement cette question. La notion de système linéaire ne semble pas connue et le fait que  $F_e = 0$  est souvent passé inaperçu.
- Q26. Beaucoup trop de candidats énoncent des résultats sans les justifier. Certains ont donné des valeurs de  $\alpha$  en fonction de  $A$  et  $B$ , parfois après de laborieuses discussions ! Quelques candidats ont tout de même réussi à

traiter cette question en utilisant le déterminant (à de rares exceptions on trouve la condition attendue  $\det = 0$ ) ou en substituant l'une des équations dans l'autre.

- Q27. Il s'agissait d'étudier dans cette question les zéros d'une fonction sans calculer sa dérivée (car demandée dans la question suivante) en utilisant le signe de la fonction et sa continuité (TVI). Dire qu'on a le résultat d'après la courbe donnée dans l'énoncé n'est pas un argument.
- Q28. La question a été souvent bien traitée, avec une réponse sous forme non simplifiée. De nombreux candidats ne sont pas à l'aise pour calculer la dérivée d'un produit de fonctions.
- Q29. Très peu de candidats ont su comment aborder cette question. Certains ont étudié le signe de  $h$  au lieu de  $h'$ , d'autres ont procédé par lecture graphique.
- Q30. On attendait une synthèse des questions précédentes.
- Q31. Certains candidats ont pensé à la méthode de Newton ou à celle de dichotomie, mais rares ont été ceux qui ont pu décrire correctement la méthode énoncée.
- Q32. Très peu de candidats sont allés au bout des calculs. Il ne suffisait pas de remplacer les constantes par leur valeur, on attendait une expression numérique.
- Q33. Il s'agissait de constater dans un cas un comportement rigide du profilé, dans l'autre un comportement déformable associé à un mouvement d'ensemble.
- Q34. La question a été traitée par de nombreux candidats mais avec beaucoup d'approximations. Pour la linéarité, on démontre  $f + g$  sans constante ou bien juste avec  $\lambda * f$ . Concernant la positivité, la plupart utilise des signes stricts à la place de signes larges (par exemple  $f * f > 0$ ). Enfin, l'hypothèse de continuité est rarement énoncée pour le caractère défini du produit scalaire.
- Q35. Certaines copies ont su utiliser le fait que la fonction  $\phi_n$  était solution de (2) pour résoudre cette question.
- Q39. Cette question à la limite du programme n'a pas déstabilisé les candidats qui ont montré la convergence de la série numérique  $f_n(x_0)$ .
- Q40. La question a été abordée par un bon nombre de candidats, parfois correctement jusqu'au bout. Il s'agissait ici de résoudre un système à deux inconnues. Une difficulté consistait à penser à utiliser les formules de la page 8.

#### 4/ Conseils et encouragements pour l'année suivante

Pour la phase de préparation, le conseil est naturellement de s'entraîner au caractère spécifique de l'épreuve sur les sujets des années précédentes. En cours d'épreuve, on recommande aux candidats de prendre le temps de bien lire l'énoncé, de veiller au respect des notations ainsi que de faire l'effort de présenter leur démarche et de rédiger les solutions dans un souci de clarté et d'efficacité.

