



1/ CONSIGNES GENERALES

Le sujet concernait un système de récupération d'énergie à partir des vibrations ambiantes. Il était composé de trois parties indépendantes.

Dans la première partie, il était proposé de modéliser le générateur piézoélectrique. Il s'agissait, en mettant en œuvre des outils de modélisation des systèmes de solides indéformables et déformables, de comparer différents modèles afin de justifier l'établissement d'un modèle mécanique simplifié équivalent.

La seconde partie abordait un modèle mécanique simplifié du générateur où la conversion d'énergie mécanique en énergie électrique était dissimulée dans un coefficient d'amortissement électrique. Il s'agissait de déterminer l'efficacité du générateur, à la fois pour une excitation finie et une excitation harmonique.

Enfin, la troisième partie abordait une modélisation électromécanique couplée du générateur piézoélectrique. L'objectif était de déterminer, avec une modélisation enrichie, le coefficient d'amortissement électrique utilisé dans la deuxième partie. À partir d'un système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, il était proposé d'aborder successivement la ré-écriture du système différentiel sous forme matricielle, la résolution du système différentiel homogène puis de déterminer une solution particulière permettant de calculer l'efficacité du générateur.

Le sujet abordait plusieurs parties du programme de mathématiques de première et seconde années, par exemple : les équations différentielles linéaires à coefficients constants, les intégrales sur un segment et les intégrales impropres, la réduction des endomorphismes, le calcul matriciel et la notion de produit scalaire. Ce sujet pluridisciplinaire abordait aussi des compétences du programme de sciences industrielles de l'ingénieur, comme la modélisation des systèmes de solides indéformables et déformables et la modélisation des systèmes linéaires continus invariants. Enfin, seule la notion d'incertitude du programme de physique a été exploitée.

Le sujet était volontairement assez long pour permettre à la majorité des candidats de traiter un certain nombre de questions. Il comportait aussi beaucoup de questions faciles, ce qui a permis un bon étalement des notes, les plus faibles réussissant les questions les plus abordables et les plus forts parvenant à traiter un plus grand nombre de questions.

Le sujet proposait aussi bien des questions calculatoires que des questions de raisonnement. Certaines parties du programme semblent bien assimilées ; c'est le cas par exemple de la réduction des endomorphismes. Les calculs de polynômes caractéristiques et de déterminants semblent dans l'ensemble bien maîtrisés. Par contre, des questions demandant plus de réflexion ont été moins traitées, ou elles ont été parfois abordées au prix de calculs lourds et pénibles alors qu'un peu de réflexion permettait de fournir une solution en quelques lignes.

Il a été constaté, pour la majorité des candidats, une différence de traitement notable entre les questions relevant du programme de mathématiques et celles relevant du programme de sciences industrielles de l'ingénieur. Il serait souhaitable que les réponses à ces dernières soient aussi rédigées de façon précise et rigoureuse, sans se limiter à une suite d'égalités mathématiques.

Enfin, pluridisciplinaire par nature, l'épreuve de modélisation se réfère à l'ensemble des programmes de mathématiques, physique-chimie et sciences industrielles de l'ingénieur de la filière TSI. Si elle est par essence à dominante mathématique, elle a pour vocation d'évaluer les compétences transversales des candidats dans un contexte de modélisation de systèmes issus du monde industriel ou de la recherche. Cette démarche, pourtant au cœur du métier de l'ingénieur, a manifestement surpris de nombreux candidats. Nombre d'entre eux ont, semble-t-il, éprouvé des difficultés pour passer d'un mode de représentation à un autre, en construisant parfois des réponses pour le moins surprenantes, sans jamais faire preuve d'esprit critique. S'il est certain que les mathématiques imprègnent toutes les sciences, il apparaît fondamental que les candidats soient capables de mobiliser leurs compétences issues de champs disciplinaires traditionnellement séparés au cours de leur formation.

2/ REMARQUES SPECIFIQUES

Première partie

- QI.1 Pour cette question il s'agissait de faire un bilan d'actions mécaniques exercées sur un système. Cette question a été relativement bien traitée même si pour quelques candidats la notion de système isolé reste floue.
- QI.2 Il était demandé de donner les éléments de réduction du torseur dynamique d'un ensemble se limitant à une masse ponctuelle dans un référentiel. Nombre de candidats n'ont pas vu qu'il suffisait d'utiliser une relation de changement de point.
- QI.3 L'application du principe fondamental de la dynamique au système permettait de déterminer les actions mécaniques transmises par la liaison complète. Hormis l'utilisation de notations différentes de celles du sujet, trop de candidats se sont limités à une écriture incomplète avec une équation de résultante. Beaucoup de candidats ont aussi écrit les éléments de réduction de torseurs sans spécifier de point.
- QI.4 L'application du principe fondamental de la statique semble avoir posé moins de difficultés aux candidats même si trop d'erreurs de calcul ou des non-sens sur l'équation de moments ont été observés.
- QI.5 Cette question a été bien traitée par les candidats ayant aussi réussi les questions 1.3 et 1.4.
- QI.6 La détermination du torseur de cohésion a été relativement bien réalisée.
- QI.7 Cette question a été relativement bien traitée par les candidats. Les conditions aux limites n'étaient cependant que trop rarement justifiées.
- QI.8 La détermination de la raideur ne présentait pas de difficulté pour les candidats ayant réussi la question 1.7. Par contre, les résultats de l'application numérique ont été plus hasardeux et trop souvent laissés sans unité.

Deuxième partie

- QII.1 Dans cette question, le théorème de Cauchy a très rarement été cité. Les candidats ont, en général, été capables de déterminer le signe du déterminant de l'équation caractéristique. Néanmoins, il y a souvent eu des erreurs de signes lors de l'identification des coefficients.
- QII.2 Très peu de candidats ont compris qu'il fallait justifier la convergence des intégrales généralisées. La plupart d'entre eux se sont contentés de justifier que l'intégrande était défini.
- QII.3 Cette question n'a pas souvent bien été traitée. Les candidats n'ont pas toujours pensé à utiliser le fait que les fonctions sinus et cosinus sont bornées. Beaucoup de candidats ont utilisé un argument physique pour justifier ces limites, alors qu'une démonstration mathématique, à partir de l'expression déterminée à la question précédente, était attendue.
- QII.4 Question peu abordée. Les calculs ont rarement été menés jusqu'au bout et comportaient souvent des erreurs grossières.
- QII.5 Les candidats connaissent en général le nom des propriétés à vérifier pour montrer que l'application est un produit scalaire. Par contre, peu d'entre eux connaissent parfaitement la définition de ces propriétés. Le caractère défini a posé le plus de difficultés, mais beaucoup de candidats n'ont pas démontré correctement la bilinéarité ou la positivité. Les correcteurs conseillent aux candidats d'utiliser systématiquement des inégalités larges plutôt que des inégalités strictes lorsque celles-ci ne sont pas indispensables.
- QII.6 Beaucoup d'erreurs dans les formules trigonométriques. Le résultat étant donné dans l'énoncé, les candidats ont trop souvent été tentés de ne pas détailler le calcul.
- QII.7 Probablement due à sa position dans le sujet, cette question pourtant élémentaire en sciences industrielles de l'ingénieur a été très mal traitée par la plupart des candidats. Il s'agissait pourtant de traduire dans le domaine de Laplace l'équation différentielle régissant le comportement mécanique du système afin de déterminer une simple fonction de transfert d'un système du second ordre.
- QII.8 Très peu de candidats ont exprimé de façon correcte le module et l'argument de la fonction de transfert de façon à déterminer les expressions attendues.
- QII.9 Pour cette question, il suffisait de remplacer dans les expressions de puissance donnée l'expression de la solution particulière donnée puis d'exploiter les résultats du produit scalaire donné.
- QII.10 Pour cette question, il était nécessaire d'avoir réussi les questions II.8 et II.9.
- QII.11 La première partie de la question portait sur la recherche d'un extremum à partir d'une étude de la fonction caractéristique du spectre de la puissance électrique. Elle a été traitée par très peu de candidats. La plupart se sont contentés de déterminer l'expression et la valeur de la masse à partir de la relation donnée. Là encore, l'unité n'a pas toujours été précisée.
- QII.12 Il s'agissait d'estimer l'incertitude relative sur la masse connaissant celle sur la pulsation. Bien qu'étant une compétence élémentaire en physique, peu de candidats ont traité cette question et donné le bon résultat.

Troisième partie

- QIII.1 Beaucoup de candidats n'ont pas reconnu ici une composition de fonctions. Le calcul de la matrice M a souvent posé problème. En particulier, certains candidats considèrent que le produit matriciel est commutatif !
- QIII.2 Question globalement bien traitée.
- QIII.3 Question en général bien traitée, mais parfois insuffisamment justifiée.
- QIII.4 Le calcul de l'inverse de R, bien que explicitement non demandé, a souvent été mené pour justifier que R était inversible. Un calcul de déterminant ou de rang suffisait ici.
- QIII.5 Ces questions, pourtant très simples, n'ont pas été correctement traitées par tous les candidats. Peu de candidats ont compris que l'égalité donnée à la question 5 permettait d'en déduire directement l'inversibilité de Q et la valeur de son inverse.
- QIII.7 L'équivalence demandée a rarement été correctement démontrée.
- QIII.8 Question peu abordée. Peu de candidats ont réécrit l'équation matricielle sous forme d'un système.
- QIII.9 Le calcul matriciel a parfois été bien mené, mais souvent sans aucun détail.
- QIII.10 Questions rarement abordées.
et 11
- QIII.12 Ces questions, bien que très simples, ont rarement été abordées.
et 13
- QIII.14 Question rarement abordée. Même remarque que pour la question II.2.
- QIII.15 Question rarement abordée. Le calcul de l'intégrale généralisée a été mené correctement par quelques candidats.
- QIII.16 Cette question n'a été traitée par aucun candidat.

3. CONSEILS ET ENCOURAGEMENTS POUR LES FUTURS CANDIDATS

En conclusion, l'équipe des correcteurs donne les conseils suivants aux futurs candidats :

- faire un très sérieux effort d'apprentissage et de compréhension du cours. Les exercices classiques ou incontournables doivent leur permettre de prendre du recul sur l'apprentissage des résultats fondamentaux ;
- être attentif à l'enchaînement des questions. La réponse à une question peut être assignée dans les questions suivantes. Les indications peuvent être une aide précieuse dans la résolution d'une question ;
- présenter correctement, détailler et justifier si besoin les calculs demandés ;
- poursuivre les efforts de présentation, de précision et de concision dans la rédaction et éviter l'usage abusif d'abréviations. Les correcteurs apprécient les copies bien présentées, où les résultats encadrés apparaissent clairement. Il est d'ailleurs rappelé que le poids donné à la rédaction, tenue de la copie, est de 1 point sur 20.