



PHYSIQUE-CHIMIE – ORAUX CCINP MP et MPI

Partie I - FORMULAIRE

Optique géométrique

Dans le cadre de l'optique de Gauss, une lentille mince de centre optique O, de foyer principal image F' (respectivement objet F) est caractérisée par des relations de conjugaison entre deux plans de front coupant l'axe en A et A', A'B' étant l'image de AB. Le grandissement transversal $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$ est caractéristique du couple.

Relations de conjugaison de Descartes :

$$\text{à la position } \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'} = \frac{1}{f'}$$

$$\text{et au grandissement transversal } \gamma = \frac{OA'}{OA}.$$

Relations de conjugaison de Newton :

$$\text{à la position } \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = \overline{OF'} \cdot \overline{OF} = -f'^2$$

$$\text{et au grandissement transversal } \gamma = \frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f'}{\overline{FA}}$$

Thermodynamique du gaz parfait

Relation de Mayer :

Les capacités molaires isobare C_{pm} et isochore C_{vm} sont telles que $C_{pm} - C_{vm} = R$

La variation d'entropie molaire d'un gaz parfait (caractérisé par un coefficient $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$), entre un état initial (P_i, T_i, V_i) et un état final (P_f, T_f, V_f) est égale à

$$\Delta S = R \left(\frac{1}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f}{T_i} + \ln \frac{V_f}{V_i} \right) = R \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f}{T_i} - \ln \frac{P_f}{P_i} \right)$$

Thermodynamique d'une phase condensée

On peut confondre les capacités thermiques molaires isobare C_p et isochore C_v qu'on note C et la variation d'entropie molaire est alors égale $\Delta S = C \ln \frac{T_f}{T_i}$

Electromagnétisme (relations de passage)

La présence sur une surface d'une distribution de charges de densité σ et/ou d'un courant surfacique de densité $\vec{J}_s$ introduit des discontinuités du champ électromagnétique à la traversée de la surface telles que :

$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{12} \quad \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{J}_s \wedge \vec{n}_{12}$$

Le vecteur $\vec{n}_{12}$ est le vecteur unitaire normal à la surface orientée de 1 vers 2.

Actions sur un dipôle rigide placé dans un champ extérieur :

$$\text{Energie potentielle } -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext} \quad \text{et} \quad -\vec{m} \cdot \vec{B}_{ext}$$

$$\text{Interactions : résultante } (\vec{p} \cdot \text{grad}) \vec{E}_{ext} \quad \text{et moment } \vec{M}(O) = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}$$

$$\text{résultante } (\vec{m} \cdot \text{grad}) \vec{B}_{ext} \quad \text{et moment } \vec{M}(O) = \vec{m} \wedge \vec{B}_{ext}$$

Physique quantique :

$$\text{- écart type } (\Delta F) = \sqrt{\langle F^2 \rangle - \langle F \rangle^2}$$

- équation de Schrödinger unidimensionnelle

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x) \Psi(x, t)$$

Partie II – CONSTANTES FONDAMENTALES

Caractéristiques de l'électron

Masse $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg Charge $-e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Caractéristiques du proton Masse $m_p = 1836 m_e$ Charge $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Nombre d'Avogadro $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Unité de masse atomique $1 \text{ u.m.a} = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg

Constantes de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s, constante réduite $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

Constante de Boltzmann $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J · K⁻¹

Constante du gaz parfait $R = k N_A = 8,314$ J · K⁻¹ · mol⁻¹

Constante de Faraday $\mathcal{F} = e N_A \sim 96\,500$ C · mol⁻¹

Vitesse de la lumière dans le vide illimité

En ordre de grandeur $c \approx 3,0 \cdot 10^8$ m · s⁻¹

Perméabilité $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H · m⁻¹ **Permittivité** $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F · m⁻¹

Constante de gravitation universelle $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N · kg⁻² · m²

Partie III – VALEURS USUELLES

Accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Rayon de la Terre $R_T = 6\,400 \text{ km}$

Facteur de Nernst à 25 °C $\frac{RT}{F} \ln X \sim 0,06 \log X$

Partie IV – QUELQUES FORMULES

Quelques formules de **trigonométrie** :

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2(\sin \alpha)^2 = 2(\cos \alpha)^2 - 1$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u \cdot dv = [uv]_a^b - \int_a^b v \cdot du$$

Partie V – ANALYSE VECTORIELLE

En coordonnées cylindriques $M(r, \theta, z)$:

- Gradient : $\overrightarrow{\text{grad}} V = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z$

- Divergence : $\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

- Rotationnel : $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$

- Laplacien : $\Delta V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$

En coordonnées sphériques $M(r, \theta, \varphi)$:

- $\overrightarrow{\text{grad}} V = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$

- $\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$

- $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \left(\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial(\sin \theta A_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right) \right) \vec{u}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_\varphi$

- $\Delta V = \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rV)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2}$

Formule : $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div } \vec{A}) - \Delta \vec{A}$

Théorème de Green-Ostrogradsky : $\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \iiint_{\tau(S)} (\text{div } \vec{A}) d\tau$

Théorème de Stokes-Ampère : $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint_{S(C)} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \cdot d\vec{S}$



