

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE TSI**SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR****Durée : 6 heures**

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de sept parties, toutes indépendantes.

Énoncé : 22 pages
Annexes : 5 pages
Document Réponse (DR) : 24 pages

**Seul le Document Réponse doit être rendu dans son intégralité
(le QR Code doit être collé sur la première page du DR).**

UNITÉ DE TRAITEMENT PLASMA ROBOTISÉE

Présentation générale

Le système étudié est conçu et fabriqué par l'entreprise ISYTECH spécialisée dans le développement de solutions de traitement plasma. Le traitement plasma est une technique permettant d'obtenir un dépôt de matière en couche mince sur une surface afin de changer ses propriétés de porosité, d'adhérence, de dureté, etc.

Les applications sont multiples :

- préparation de surface et nettoyage avant collage ;
- peinture, métallisation ;
- soudure ;
- revêtement de surface en couches minces fonctionnelles.

Principe du dépôt plasma en couche mince

Les matériaux à traiter sont placés dans une chambre sous vide d'air appelée réacteur dans lequel on injecte un gaz à une pression comprise entre 0,01 et 1 mbar. La création d'un champ électrique provoque la décomposition partielle du gaz : c'est l'état de plasma.

Dans le cas présent, les gaz utilisés sont de l'acétylène et du r134A (tetrafluoréthane) afin d'obtenir un dépôt de carbone fluoré sur les parois des pièces à traiter. Le temps de traitement varie de quelques secondes à quelques minutes. Lors du traitement, une fine couche de quelques microns se dépose sur les surfaces. L'avantage principal du plasma à basse pression porte sur la quantité de gaz utilisée lors du traitement qui est très faible. Ceci rend cette technologie très intéressante sur le plan écologique par rapport à d'autres techniques nécessitant des bains chimiques.

Présentation de la machine en version initiale

Le système initial est représenté en **figure 1 et figure 2**. Il s'agit d'appliquer un traitement plasma sur des bouteilles en PET (polytéréphtalate d'éthylène) afin d'obtenir un gain en perméabilité. Les bouteilles à traiter arrivent par un convoyeur d'entrée. Lorsqu'elles arrivent sur une butée (non représentée en **figure 1**) en bout de convoyeur, elles sont saisies quatre par quatre pour être placées dans les réacteurs de traitement, puis sont évacuées en fin de cycle vers un convoyeur de sortie.

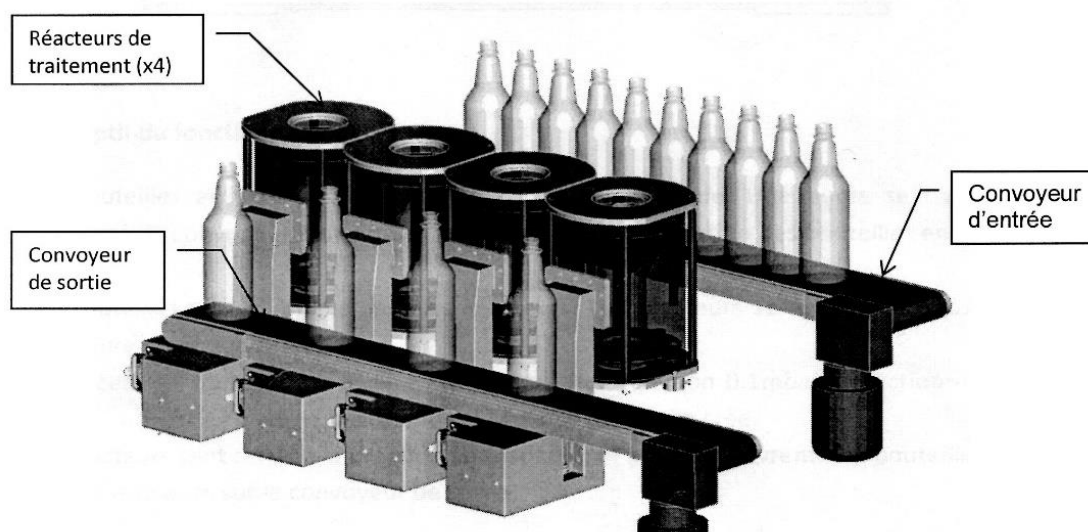


Figure 1 - Système initial

La préhension et le déplacement des bouteilles s'effectuent par un mécanisme à chariots croisés ($\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$) embarqué sur un portique surmontant les convoyeurs et les réacteurs (**figure 2**).

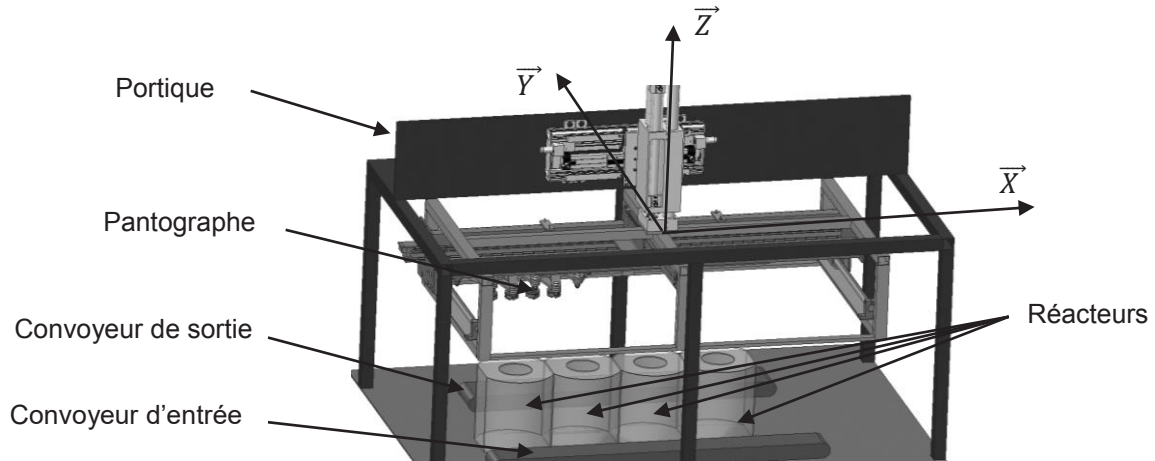


Figure 2 - Portique de la solution initiale

Cette configuration nécessite de pouvoir gérer l'entraxe de prise des bouteilles au niveau du préhenseur :

- en entrée, l'entraxe est dépendant du diamètre des bouteilles (83 à 106 mm) (**figure 3**) ;
- sur les réacteurs, l'entraxe est constant et égal à 230 mm (**figure 4**) ;
- en sortie, l'entraxe sera maintenu à 230 mm (**figure 5**).

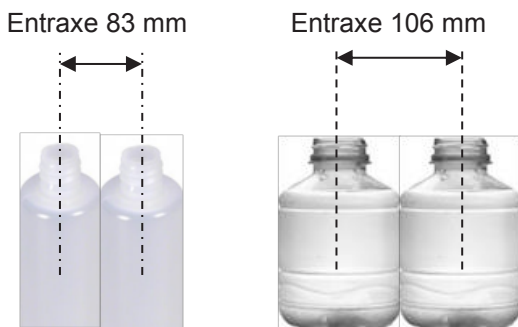


Figure 3 - Entraxes des bouteilles

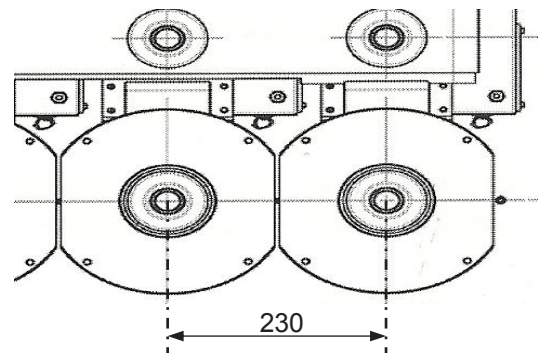


Figure 4 - Entraxe réacteurs

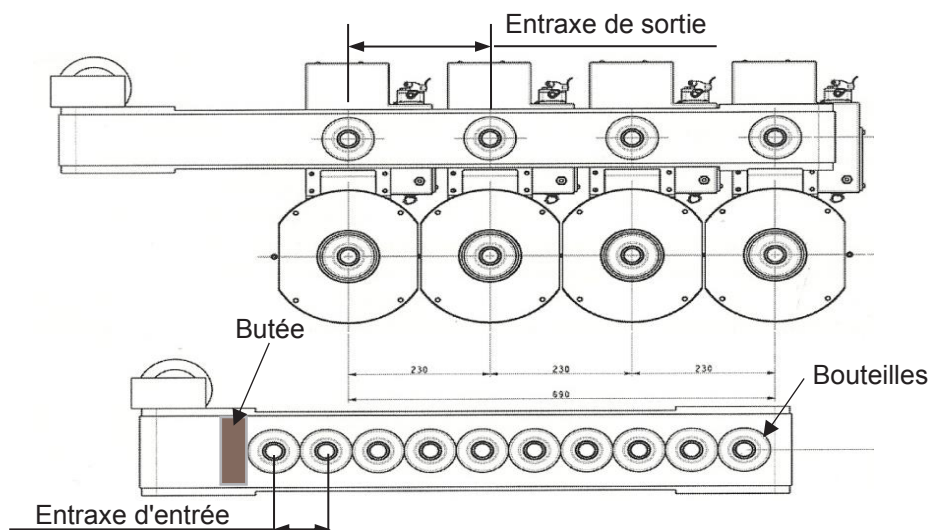


Figure 5 - Disposition des bouteilles en entrée et en sortie

Le préhenseur doit pouvoir s'adapter à l'entraxe nécessaire en entrée, comme en sortie, afin de saisir les bouteilles à l'aide de ventouses coniques inversées. Cette adaptation de l'entraxe s'effectue à l'aide du système de pantographe représenté en **figure 6** et en **figure 7** (principe détaillé en **annexe 1**).

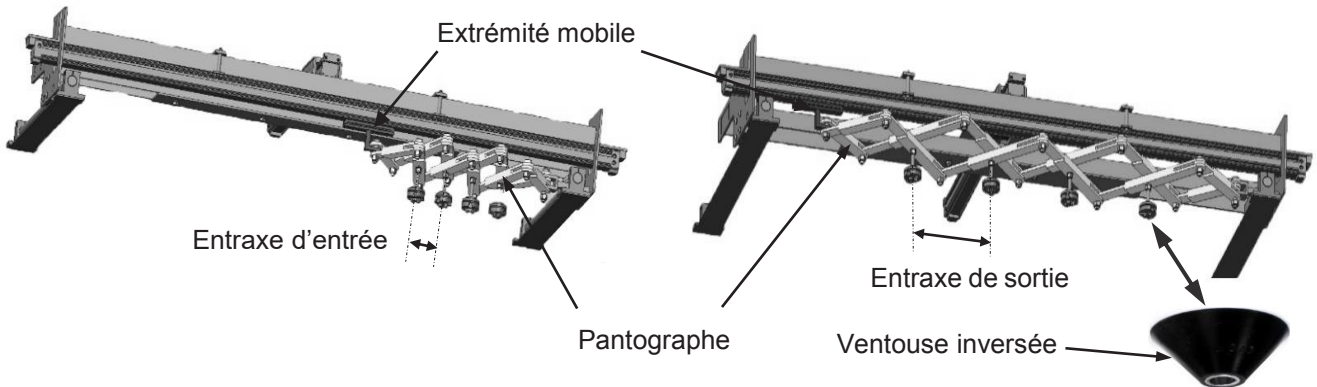


Figure 6 - Pantographe position entrée

Figure 7 - Pantographe position sortie

Le déplacement de l'extrémité mobile du pantographe est effectué à l'aide d'un vérin électrique.

L'entreprise envisage de supprimer le portique de manutention (**figure 2**) pour le remplacer par un robot polyarticulé 6 axes FANUC M20 (**figure 8**) sur lequel sera embarqué le préhenseur.

Cette solution permettra, à terme, de rayonner sur 2 unités de traitement simultanément (2 x 4 réacteurs). Le sujet va traiter de cette innovation, notamment la partie relative à son intégration sur le robot.



Figure 8 - Robot de manutention du pantographe

Le sujet est composé de sept parties indépendantes :

- **Partie I** : détermination de la relation entre le déplacement du vérin et l'entraxe des bouteilles ;
- **Partie II** : détermination de l'entraxe ;
- **Partie III** : alimentation du réacteur plasma ;
- **Partie IV** : limites dynamiques du déplacement ;
- **Partie V** : validation des contraintes sur l'axe linéaire ;
- **Partie VI** : contrôle de la position de sortie du vérin pour adapter l'entraxe ;
- **Partie VII** : validation des capacités du moteur d'axe linéaire.

Le diagramme des exigences concernant la préhension et le déplacement des bouteilles est fourni en **annexe 2**.

Partie I - Détermination de la relation entre le déplacement du vérin et l'entraxe des bouteilles

Objectif : déterminer la relation entre le déplacement du vérin et l'entraxe de préhension afin de valider l'exigence 1.1.2.

Le pantographe est fixé sur un châssis en profilé aluminium lui-même fixé sur la bride du robot (figure 9).

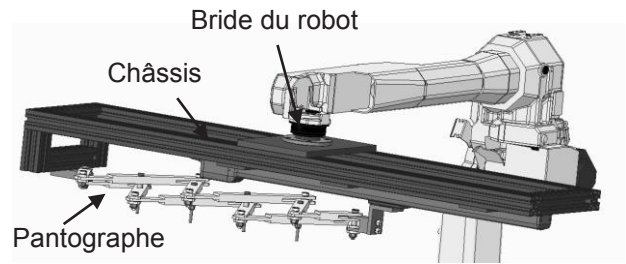


Figure 9 - Châssis support du pantographe

Lors d'un cycle de fonctionnement, le préhenseur doit s'adapter aux variations d'entraxe par une translation de l'extrémité mobile du pantographe relié à un vérin électrique (figure 10).



Figure 10 - Vérin électrique d'ajustement de l'entraxe du pantographe

La valeur de déplacement du vérin électrique sera calculée en fonction de l'entraxe souhaité au niveau des 4 ventouses de préhension.

Cet entraxe est, soit égal à la distance séparant 2 bouteilles côte à côte (figure 3), soit égal à la distance séparant 2 réacteurs (figure 4).

La position du vérin est notée λ . Avec le vérin dans la position correspondant à la valeur $\lambda = 0$, la distance D entre les extrémités fixe et mobile du pantographe est de 400 mm. Dans cette position, l'entraxe E est égal à 80 mm (figures 11 et 12).

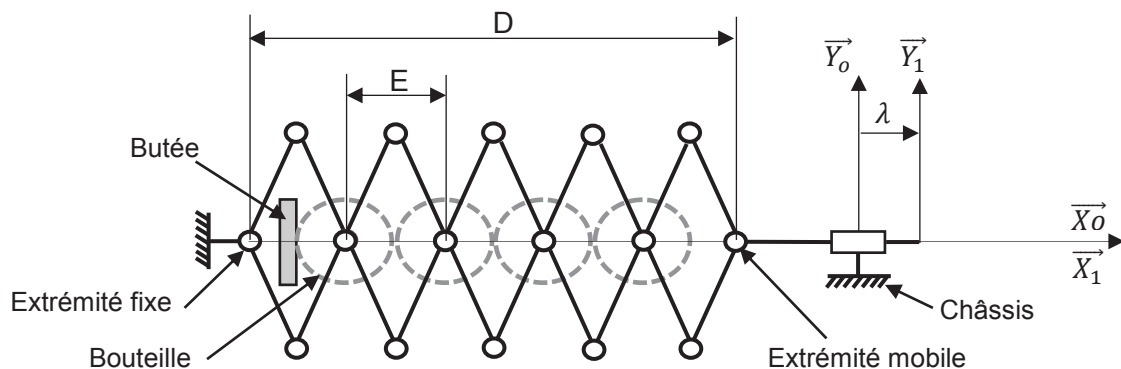


Figure 11 - Modélisation du pantographe

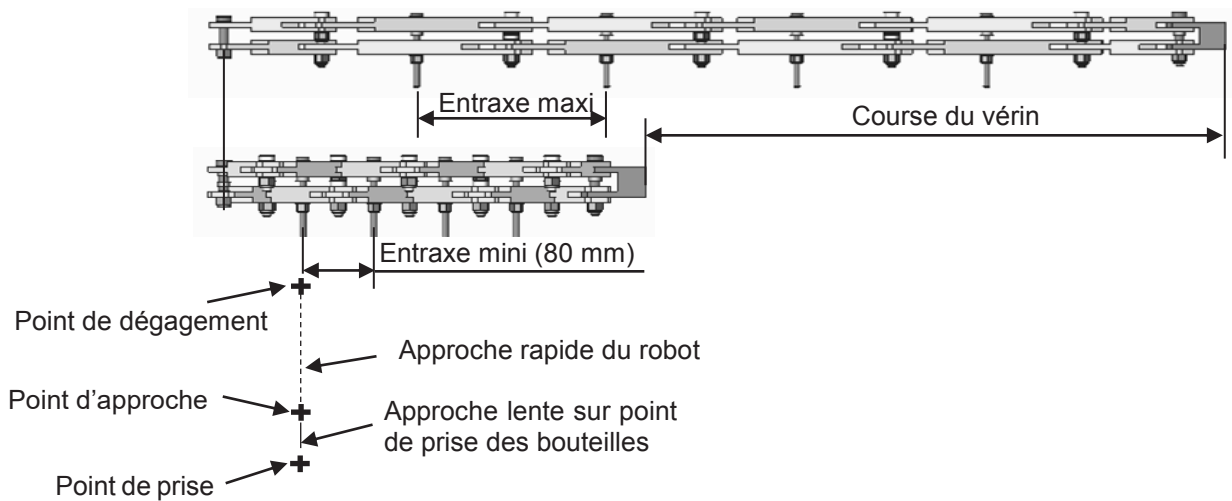


Figure 12 - Positions minimum et maximum du pantographe

Q1. Déterminer les valeurs λ_{bmin} (permettant d'obtenir la valeur d'entraxe de 83 mm pour les bouteilles les plus petites), λ_{bmax} (permettant d'obtenir la valeur d'entraxe de 106 mm pour les bouteilles les plus grandes) et $\lambda_{réac}$ (permettant d'obtenir la valeur d'entraxe de 230 mm des réacteurs). En déduire la course minimum (**figure 12**) que doit avoir le vérin électrique pour satisfaire aux exigences de fonctionnement.

L'adaptation de l'entraxe au niveau du pantographe décale le point de prise de la première bouteille (**figure 13**). Ce point sert de référence pour la création de la trajectoire de prise de bouteilles. La trajectoire de prise doit donc être décalée d'une valeur Δ_x en fonction du diamètre des bouteilles devant être saisies.

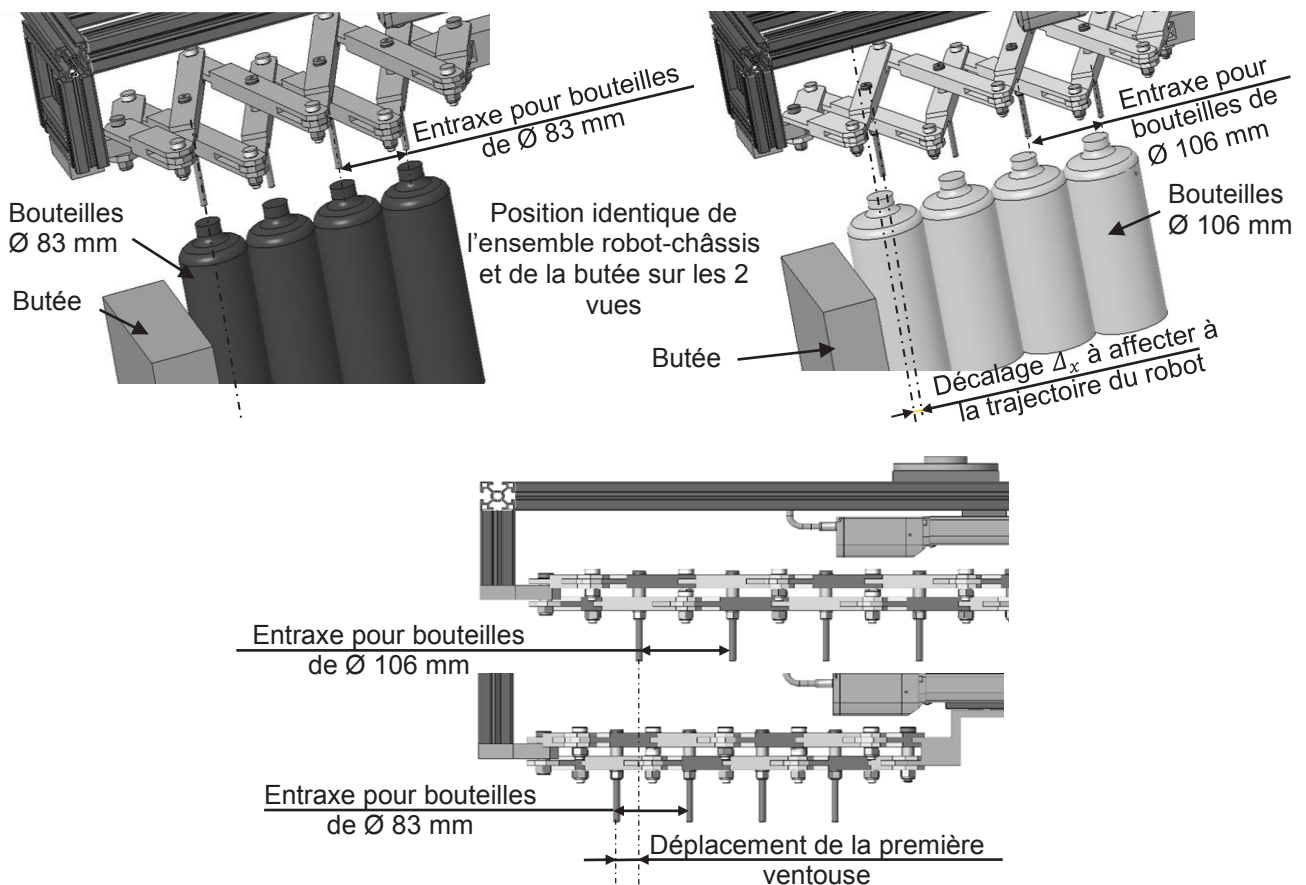


Figure 13 - Décalage résultant de l'adaptation d'entraxe

- Q2.** Déterminer la valeur du déplacement du vérin Δ_λ pour passer d'un entraxe de 83 mm à un entraxe de 106 mm.
- Q3.** À l'aide d'un schéma explicatif simple, vu de dessus vis-à-vis des bouteilles, donner la valeur du décalage engendré sur la première ventouse par cette adaptation d'entraxe du préhenseur entre les 2 positions correspondant aux diamètres minimum et maximum des bouteilles.
- Q4.** Donner la relation entre le déplacement du vérin Δ_λ et le décalage Δ_x à affecter à la trajectoire de prise de bouteilles pour avoir toujours la première ventouse au-dessus de la première bouteille sous la forme $\Delta_x = f(\Delta_\lambda)$.

Partie II - Détermination de l'entraxe

Objectif : déterminer numériquement l'entraxe à partir de mesures sur le chariot de déplacement afin de valider l'exigence **1.1.2**.

Afin de déterminer l'entraxe, un capteur à ultrasons est positionné sur le convoyeur d'entrée (**figure 14**). Il permet de détecter la distance à laquelle est située la bouteille devant elle. En couplant cette information de distance mesurée dans le temps avec la vitesse du convoyeur, il est possible de déterminer la valeur de l'entraxe.

Hypothèses et notations

- Un moteur permet le déplacement du convoyeur.
- Le moteur entraîne un réducteur de rapport de réduction $k = \frac{\omega_{\text{convoyeur}}}{\omega_{\text{moteur}}}$.
- Ce réducteur entraîne un système poulie-courroie (rayon de la poulie R_p) qui entraîne directement le convoyeur.
- Une génératrice tachymétrique permet de mesurer la vitesse de rotation du moteur. Elle possède une constante électrique K_{gt} donnée en $V \cdot \text{min} \cdot \text{tr}^{-1}$.
- Il n'y a pas d'espace entre les bouteilles présentes sur le convoyeur.

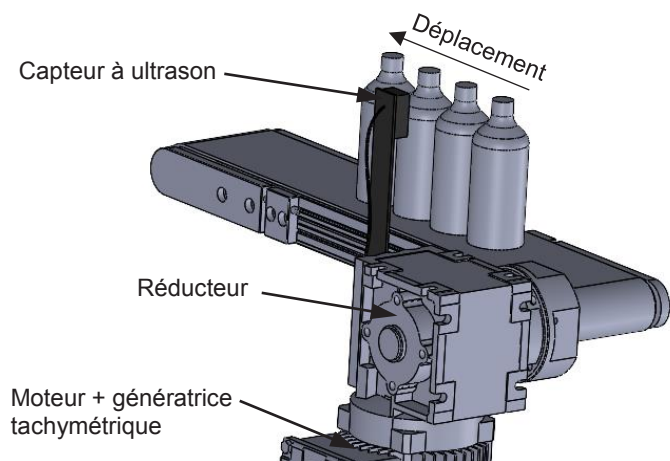


Figure 14 - Schéma du principe de mesure d'entraxe sur le convoyeur d'entrée

La **figure 15** montre la mesure brute (en pointillés) issue du capteur ultrasons en fonction du temps pour le passage de quatre bouteilles. Cette mesure brute est filtrée afin d'être exploitée.

Le signal issu du capteur est bruité. Afin de réduire ce bruit, un filtrage est réalisé. Le filtre utilisé est un filtre à moyenne glissante dont le principe est ébauché en **figure 16**.

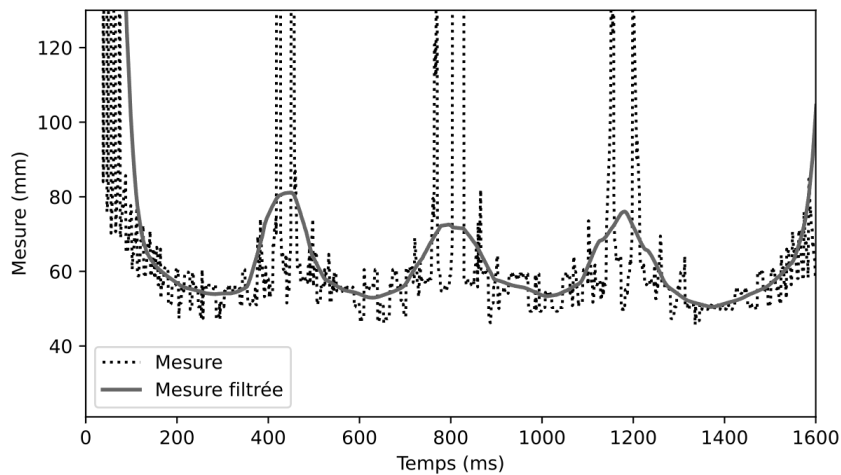


Figure 15 - Distance mesurée par le capteur pour quatre bouteilles passant devant le capteur

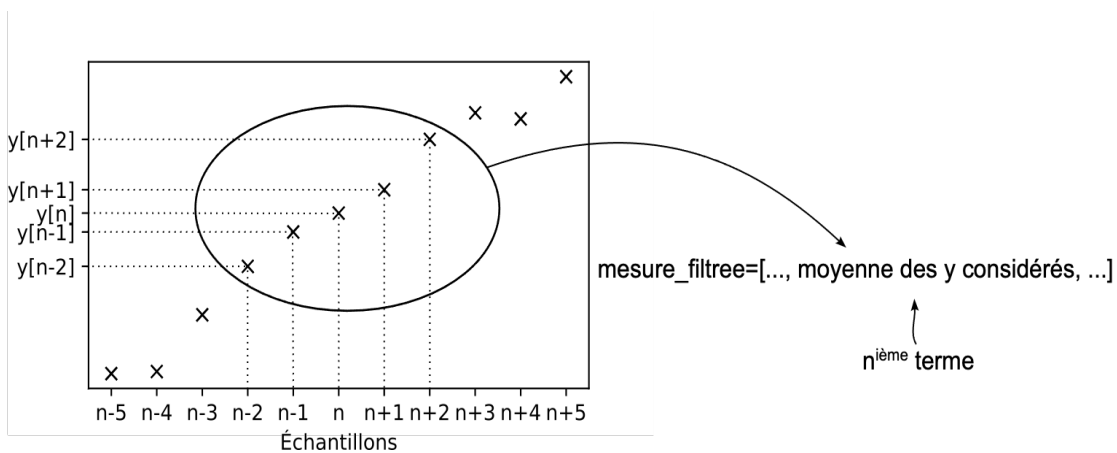


Figure 16 - Principe d'un filtre à moyenne glissante pour $nb_ech = 5$ échantillons

La moyenne est réalisée sur nb_ech . Pour les termes qui ne peuvent pas être calculés (les premiers et les derniers, où le nombre d'échantillons est inférieur à nb_ech), l'entrée sera recopiée telle quelle. Une liste `temps` contient les valeurs de temps où sont réalisées les différentes mesures (synchronisées).

Q5. Comment doit être nb_ech pour que ce filtre fonctionne ? Justifier votre réponse.

Pour les questions suivantes, les fonctions devront être écrites en langage Python.

Q6. Compléter la fonction `moyenne_glissante(mesure, nb_ech)` permettant de filtrer le signal. Cette fonction a pour entrées la liste à filtrer et le nombre d'échantillons nb_ech sur lesquels la moyenne glissante doit être réalisée. Elle renvoie la liste filtrée.

Il est considéré qu'un seul minimum est présent par passage de bouteille sur la mesure filtrée. Afin de déterminer l'entraxe, les emplacements des minimums locaux sont recherchés.

Q7. Créer une fonction `trouver_minimum(mesure_filtree)` qui renvoie une liste contenant les échantillons correspondant aux minimums de la liste `mesure_filtree`.

Soit `tension_gt` la liste (synchronisée avec `mesure`) qui contient les valeurs de la tension de sortie de la génératrice tachymétrique.

Q8. En se basant sur la liste *tension_gt* et les paramètres de transmission du système, créer la liste *vitesse_chariot* qui contiendra les valeurs de vitesse du chariot en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

À partir de la liste des emplacements des minimums locaux *echantillons_min*, de la liste *vitesse_chariot* et de la liste *temps*, il est possible d'estimer l'entraxe entre deux bouteilles.

Q9. Créer une fonction *trouver_entraxe* (*echantillons_min*, *vitesse_chariot*, *temps*) renvoyant une liste contenant les valeurs estimées de l'entraxe.

Q10. Décrire en un schéma et quelques lignes une autre solution technologique permettant de trouver l'entraxe des bouteilles.

Partie III - Alimentation du réacteur plasma

Objectif : étudier la chaîne de conversion de puissance utilisée pour alimenter le réacteur plasma.

Le réacteur plasma où se déroule le traitement des bouteilles (entre les points C et D de la **figure 17**) est alimenté par un courant sinusoïdal haute fréquence. Il peut être, d'un point de vue électrique, représenté par une impédance composée d'une résistance R_p et d'une inductance L_p .

R_p modélise la perte d'énergie du plasma due aux collisions entre les électrons et les ions ou neutres, ainsi que la dissipation de l'énergie électromagnétique en chaleur.

L_p représente l'effet des inerties des électrons face aux changements du courant électrique traversant le plasma. Les électrons en mouvement créent des courants induits qui génèrent à leur tour des champs magnétiques. Cette inductance modélise cette interaction entre le courant et le champ magnétique induit.

Les valeurs de R_p et L_p dépendent de plusieurs paramètres (pression, densité d'électrons, température, etc.) et varient donc lors du traitement plasma.

III.1 - Adapter la charge pour maximiser le transfert de puissance

Objectif : déterminer le principe d'ajustement des condensateurs de l'adaptation d'impédance.

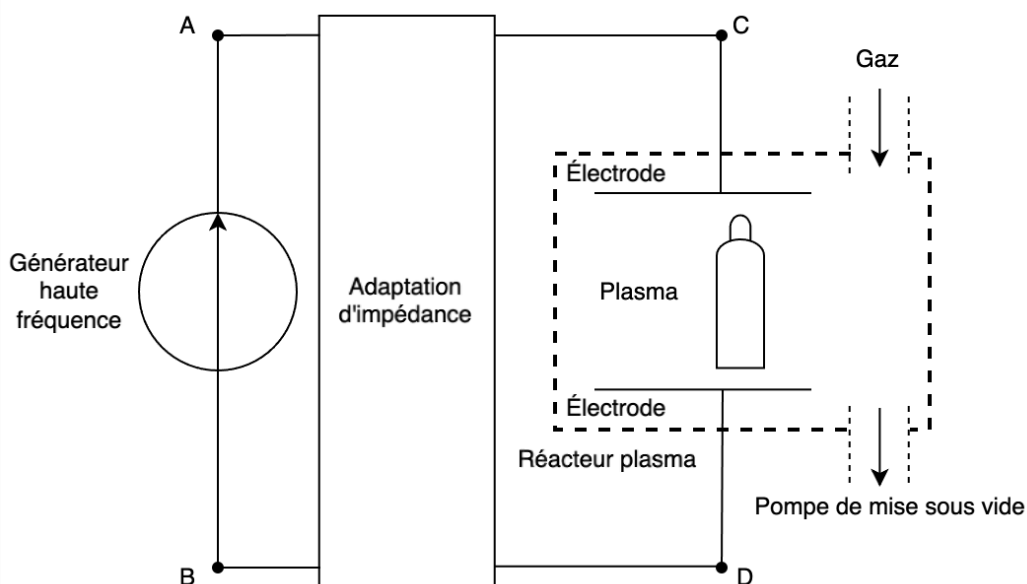


Figure 17 - Alimentation du réacteur plasma

Afin de maximiser le transfert de puissance entre le générateur haute fréquence et le réacteur plasma, un ajustement réactif est réalisé grâce à l'adaptation d'impédance. Cette adaptation d'impédance a pour objectif de faire en sorte que l'association " Adaptation d'impédance " et " Réacteur plasma ", c'est-à-dire l'impédance vue des points A et B, soit constante du point de vue du générateur haute fréquence.

Le schéma équivalent de l'adaptateur d'impédance et du plasma est donné en **figure 18**.

C_s et C_p sont des condensateurs contrôlables (dont la capacité peut varier grâce à des moteurs contrôlant la distance entre les deux électrodes), l'un en série et l'autre en parallèle à la charge.

La charge (le plasma) est représentée par R_p et L_p en série, comme indiqué en début de partie.

L'asservissement des motorisations contrôlant C_s et C_p n'est pas étudié dans ce sujet.

La pulsation à laquelle le circuit fonctionne est notée ω .

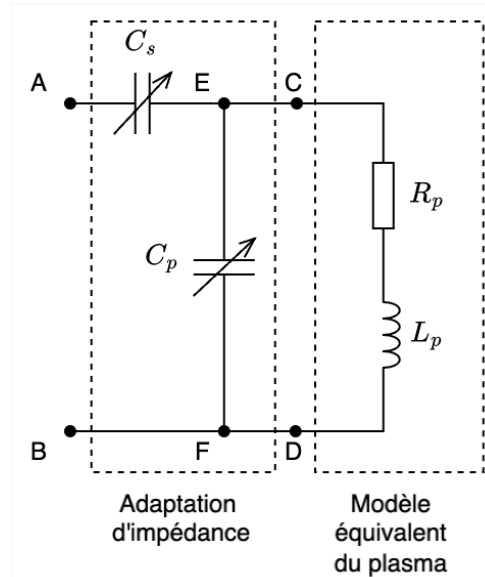


Figure 18 - Schéma électrique de l'adaptation d'impédance associée au modèle équivalent électrique du plasma

- Q11.** Donner l'impédance équivalente, notée Z_{plasma} , du modèle équivalent du plasma vue entre les points C et D. Mettre sous la forme $Z_{\text{plasma}} = a_1 + j \cdot b_1$. Exprimer a_1 et b_1 en fonction de R_p , L_p et de ω .
- Q12.** Donner l'impédance équivalente, notée Z_{EF} , de Z_{plasma} et de C_p en parallèle vue entre les points E et F. Mettre sous la forme $Z_{\text{EF}} = a_2 + j \cdot b_2$. Exprimer a_2 et b_2 en fonction de a_1 , b_1 , C_p et de ω .
- Q13.** Donner l'impédance équivalente notée Z_{AB} de Z_{EF} et de C_s en série vue entre les points A et B. Mettre sous la forme $Z_{\text{AB}} = a_3 + j \cdot b_3$. Exprimer a_3 et b_3 en fonction de a_2 , b_2 , C_s et de ω .

Afin de maximiser la puissance transmise par le générateur, il faut imposer $Z_{\text{AB}} = 50 \Omega$ qui correspond à l'impédance de sortie du générateur (la partie imaginaire doit donc être nulle).

- Q14.** Sur quelle partie (a_3 ou b_3) influe C_p ? De même pour C_s ? Laquelle des deux valeurs de C_p ou C_s doit être choisie en premier pour imposer une valeur fixe pour Z_{AB} ?

III.2 - Fonctionnement du générateur haute fréquence

Objectif : choisir le rapport de transformation du transformateur afin de transmettre la puissance nécessaire au réacteur plasma.

Le schéma électrique (simplifié) de la structure d'électronique de puissance permettant de réaliser un générateur haute fréquence est donné en **figure 19**. Il transforme la tension alternative issue du réseau en tension alternative haute fréquence.

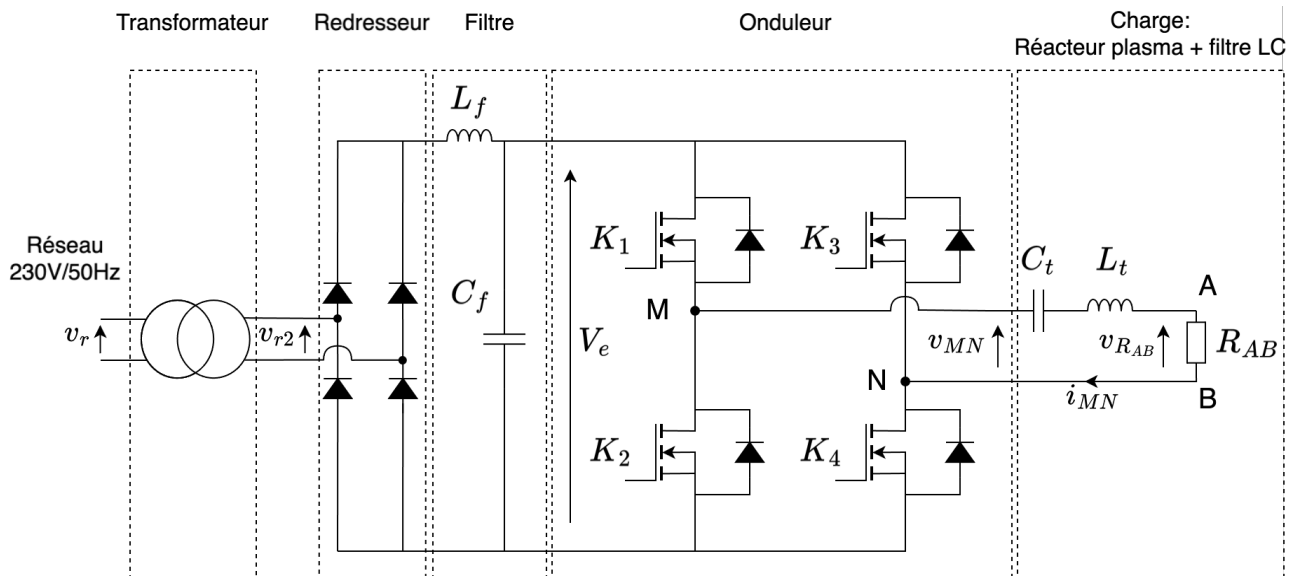


Figure 19 - Modélisation simplifiée de la conversion de puissance électrique associée à la charge

Le convertisseur débite sur le réacteur plasma représenté par R_{AB} , à travers le circuit C_t et L_t . Ce circuit permet de filtrer la tension v_{MN} issue de l'onduleur. La fonction de transfert entre la tension aux bornes du réacteur et la tension en sortie de l'onduleur est la suivante :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_{RAB}}{V_{MN}} = \frac{R_{AB}C_t \cdot j\omega}{1 + R_{AB}C_t \cdot j\omega + L_t C_t \cdot (j\omega)^2} = \frac{j\omega \cdot \frac{2\xi}{\omega_0}}{1 + j\omega \cdot \frac{2\xi}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2},$$

avec :

- v_r la tension provenant du réseau (230 V, 50 Hz) ;
- v_{r2} la tension du secondaire du transformateur ;
- V_e la tension du bus continu supposée constante ;
- v_{MN} la tension et i_{MN} le courant de sortie de l'onduleur ;
- R_{AB} la résistance modélisant le réacteur étudié à la partie précédente, $R_{AB} = 50 \Omega$;
- C_t le condensateur et L_t l'inductance permettant de filtrer la tension v_{MN} ;
- K_1, K_2, K_3, K_4 des interrupteurs, chacun composé d'un transistor et d'une diode.

Les chronogrammes de la tension et du courant en sortie de l'onduleur sont donnés en **figure 20**.

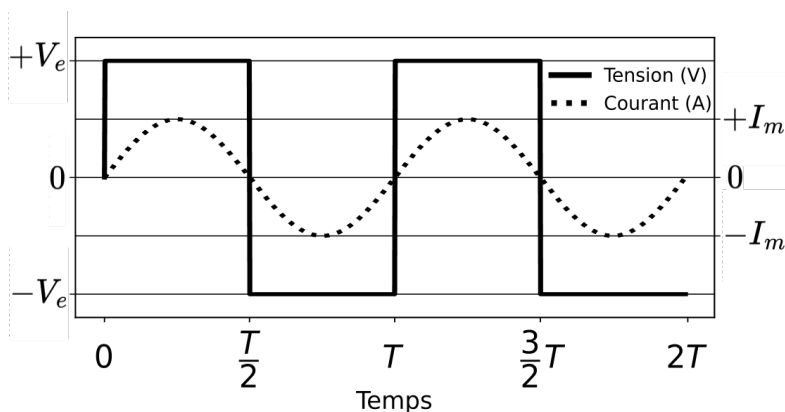


Figure 20 - Chronogrammes de v_{MN} et i_{MN} en sortie de l'onduleur

Q15. Au vu des chronogrammes, indiquer quels sont les éléments passants aux différents instants (pour K_1 , préciser si c'est le transistor T1 ou la diode D1, ainsi de suite).

En réalité, un transistor ne commute pas instantanément. Dans le cas d'un MOSFET, la tension drain-source a l'allure présentée en **figure 21**.

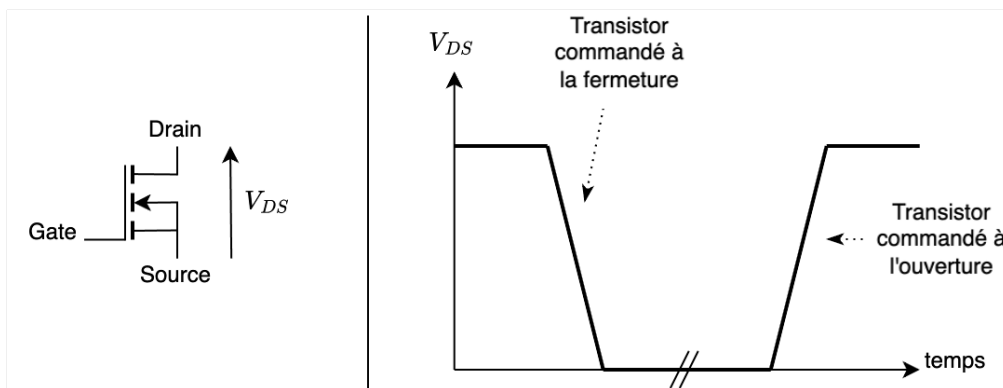


Figure 21 - Allure temporelle de V_{DS} lors de la fermeture/ouverture d'un transistor MOSFET

Q16. Quel est l'intérêt de commuter lorsque le courant est nul ?

Q17. Donner les expressions de ξ et de ω_0 en fonction de R_{AB} , C_t et de L_t pour $\underline{H}(j\omega)$.

Pour les questions suivantes, les valeurs suivantes sont choisies :

$$\xi = 0,05 \quad \text{et} \quad \omega_0 = 2\pi \cdot f_{\text{plasma}} = 85,2 \cdot 10^6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Si besoin, les formules suivantes sont données dans le cadre d'une résonance avec ω_r la pulsation de résonance et Q_{dB} le coefficient de surtension :

$$\omega_r = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad Q_{dB} = 20 \cdot \log\left(\frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}\right).$$

Q18. Tracer le diagramme de Bode asymptotique de $\underline{H}(j\omega)$. À partir de quelle valeur de ξ y-a-t-il la présence d'une résonance ?

Q19. Que valent $|\underline{H}(j\omega_0)|$ et $\arg(\underline{H}(j\omega_0))$? Esquisser l'allure du diagramme de Bode réel.

Q20. Quel est le type de filtre créé ? Justifier son utilisation ainsi que l'intérêt d'avoir (ou non) une résonance.

Q21. Au vu de la question **Q16** et des **figures 20 et 21**, justifier le fait d'avoir mis ce filtre et non un filtre passe-bas.

En faisant l'hypothèse que seul le fondamental reste après filtrage, la tension aux bornes de R_{AB} peut s'écrire en fonction de V_e de la manière suivante :

$$v_{R_{AB}}(t) = v_{MN_1}(t) = \frac{4 \cdot V_e}{\pi} \cdot \sin(\omega_0 t).$$

Q22. Rappeler la relation de la puissance active consommée par une résistance en fonction de sa valeur et de la tension à ses bornes. Donner la valeur efficace de la tension $v_{R_{AB}}$, notée $V_{R_{AB}}$, aux bornes de R_{AB} nécessaire pour transmettre une puissance $P_{R_{AB}}$ de 2 kW.

V_e est considérée constante et le transformateur a un rapport de transformation m , il est alors possible d'écrire, avec V_{r2} la valeur efficace de la tension $v_{r2}(t)$ (**figure 19**) :

$$V_e = \frac{2V_{r2}\sqrt{2}}{\pi} \quad \text{et} \quad v_{r2}(t) = m \cdot v_r(t).$$

Q23. Exprimer V_e en fonction de V_{RAB} . Faire l'application numérique.

Q24. Donner l'expression du rapport de transformation m en fonction de P_{RAB} de manière à fournir 2 kW à la charge. Faire l'application numérique.

Partie IV - Limites dynamiques du déplacement

Objectif : vérifier que les accélérations du robot n'entraînent pas une chute des bouteilles tenues par les ventouses afin de valider l'exigence 1.1.1.

Afin de limiter les temps de cycle, on cherchera à exploiter au maximum les capacités de vitesse et d'accélération du robot en cours de production. À l'inverse, il faut veiller à ne pas avoir des accélérations trop importantes pour ne pas risquer une perte de bouteille par les ventouses.

Le mouvement du robot le plus contraignant sur ce point s'effectue dans le plan $(O, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ et concerne des mouvements sur les axes 2, 3 et 5 uniquement (**annexe 3**). Le mouvement sur l'axe 5 étant une rotation de faible amplitude effectuée à faible vitesse, il sera négligé dans la modélisation proposée.

Le modèle utilisé pour l'étude est présenté en **figure 22**. Il est composé de 3 solides différents :

- * solide 0 : base du robot + socle,
- * solide 1 : bras du robot,
- * solide 2 : avant-bras du robot + poignet + préhenseur + bouteilles.

Données :

- $R_0 (0, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$: repère associé au solide 0 ;
- $R_1 (0, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$: repère associé au solide 1 en liaison pivot d'axe (O, \vec{X}_0) avec le solide 0 tel que $(\vec{Y}_0, \vec{Y}_1) = (\vec{Z}_0, \vec{Z}_1) = \alpha$;
- $R_2 (A, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$: repère associé au solide 2 en liaison pivot d'axe (A, \vec{X}_1) avec le solide 1 tel que $(\vec{Y}_1, \vec{Y}_2) = (\vec{Z}_1, \vec{Z}_2) = \beta$;
- $\vec{OA} = L_1 \cdot \vec{Z}_1$: longueur du bras du robot ;
- $\vec{AB} = L_2 \cdot \vec{Y}_2$: longueur de l'avant-bras + poignet + préhenseur.

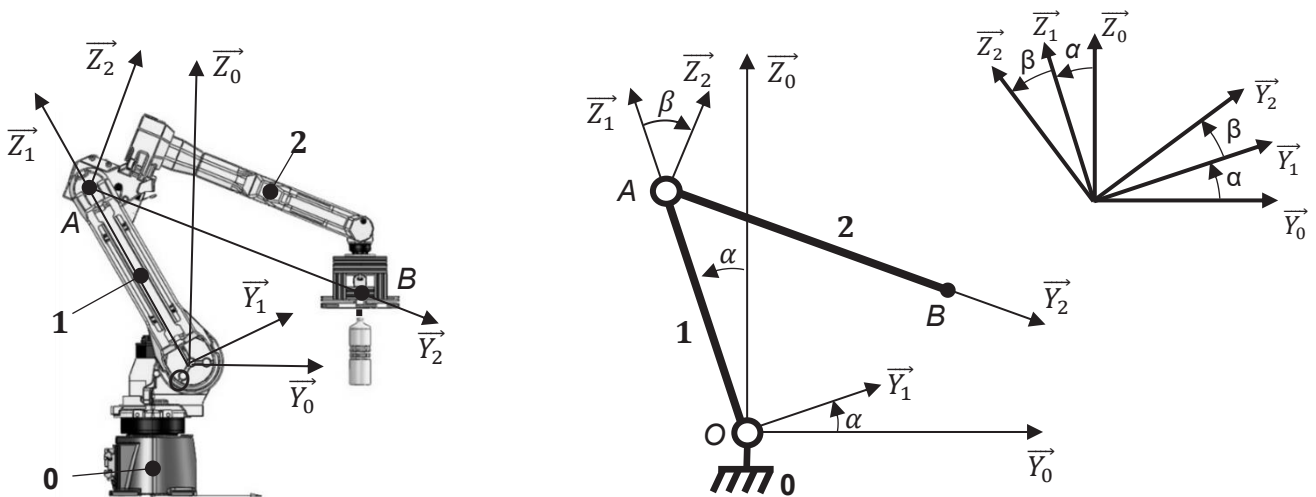


Figure 22 - Paramétrage de l'ensemble robot + préhenseur

Q25. Donner l'expression de la vitesse $\vec{V}_{A1/0}$.

Q26. Donner l'expression de la vitesse $\overrightarrow{V}_{B_2/0}$.

Q27. Donner l'expression de l'accélération $\overrightarrow{\Gamma}_{B_2/0}$.

Les accélérations suivant \overrightarrow{Z}_0 ne sont pas problématiques concernant la tenue des bouteilles par les ventouses. Dans le cadre d'un mouvement contenu dans le plan $(O, \overrightarrow{Y}_0, \overrightarrow{Z}_0)$, on s'intéressera uniquement aux accélérations suivant la direction \overrightarrow{Y}_0 .

On admet que la composante d'accélération maximale en projection sur \overrightarrow{Y}_0 est obtenue dans la position suivante du robot : $\alpha = 0$; $\beta = 0$.

Q28. Démontrer que l'accélération maximale du point B en projection sur \overrightarrow{Y}_0 , notée $\overrightarrow{\Gamma}_{B_2/0} \cdot \overrightarrow{Y}_0$, peut se mettre sous la forme suivante : $\overrightarrow{\Gamma}_{B_2/0} \cdot \overrightarrow{Y}_0 = a \cdot \ddot{\alpha} + b \cdot (\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2$. Donner les expressions de a et de b .

Les tests effectués ont montré que l'accélération maximale permettant de garantir une bonne saisie des bouteilles est de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Valeurs maximales de vitesses et d'accélération angulaires lors du mouvement étudié	
$\dot{\alpha}$	$2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
$\dot{\beta}$	$2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
$\ddot{\alpha}$	$4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$
$\ddot{\beta}$	$4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$
Dimensions du robot	
L_1	$0,6 \text{ m}$
L_2	$0,75 \text{ m}$

Tableau 1 : Dimensions, vitesses et accélération angulaires du robot

Q29. Calculer, à partir des valeurs proposées dans le **tableau 1**, la valeur numérique de $\overrightarrow{\Gamma}_{B_2/0} \cdot \overrightarrow{Y}_0$, puis conclure vis-à-vis de l'exigence du cahier des charges en rapport avec la tenue des bouteilles par les ventouses.

Partie V - Validation des contraintes sur l'axe linéaire

Objectif : vérifier que les effets dynamiques sur le pantographe n'engendrent pas d'efforts supérieurs à ceux préconisés par le constructeur de l'axe linéaire afin de valider l'exigence **1.3.4**.

L'axe linéaire est un vérin électrique de la marque I.A.I. Lors de la phase de trajectoire horizontale (déplacement selon la direction \overrightarrow{Y}_0) du robot pour la dépose des bouteilles dans les réacteurs, l'accélération subie par l'ensemble bouteilles + pantographe engendre un moment préjudiciable au fonctionnement du vérin (**figure 23**).

Le constructeur donne des valeurs maximales de moment à ne pas dépasser afin de garantir la durée de vie du composant (**annexe 4**).

L'étude suivante sera effectuée avec les bouteilles les plus lourdes, donc les plus contraignantes vis-à-vis des effets dynamiques.

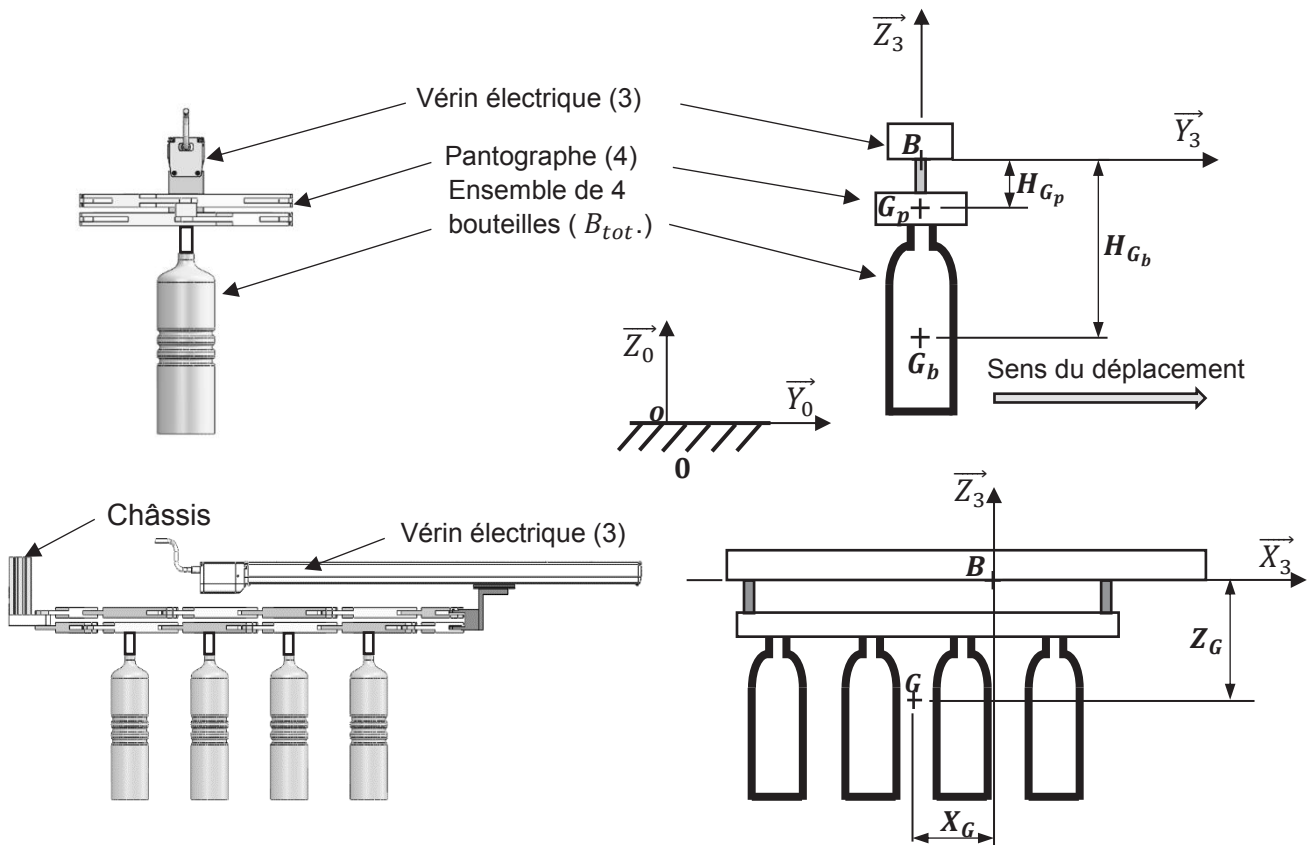


Figure 23 - Modèle adopté pour l'étude dynamique

Grandeurs caractéristiques		
G	Centre de gravité de l'ensemble E (4 bouteilles + pantographe)	
G_p	Centre de gravité du pantographe	
G_b	Centre de gravité d'une bouteille	
X_G	Distance horizontale entre B et le centre de gravité G de l'ensemble E	100 mm
Z_G	Distance verticale entre B et le centre de gravité G de l'ensemble E	200 mm
m_b	Masse d'une bouteille vide	100 g
m_p	Masse de la totalité des pièces du pantographe	2 kg

Tableau 2 : Caractéristiques dimensionnelles du pantographe + bouteilles

Hypothèses :

- mouvement de translation de l'ensemble châssis, vérin, pantographe, bouteilles suivant \vec{Y}_0 .
- problème plan dans le plan $(B, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$;
- O est un point fixe par rapport au sol. Une base orthonormée directe $(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ lui est associée. Le repère $R_0 (O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ est supposé galiléen ;
- B est un point fixe du vérin électrique. Une base orthonormée directe $(\vec{X}_3, \vec{Y}_3, \vec{Z}_3)$ lui est associée ;
- l'ensemble des pièces composant le pantographe est assimilé à un solide rigide de centre de gravité G_p ;
- les bouteilles sont considérées en liaison encastrement avec le pantographe ;
- on considère que l'accélération maximale de l'ensemble {châssis, vérin, pantographe, bouteilles} suivant \vec{Y}_0 notée Γ_B est : $\Gamma_B = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (avec $\Gamma_B = \Gamma_{G_{b_1}} = \Gamma_{G_p}$) ;
- les solides sont indéformables.

Q30. Donner l'expression de la résultante dynamique d'une bouteille (b_1), notée $\overrightarrow{R_D b_1/0}$, dans le cadre de son déplacement en translation par rapport à 0.

Q31. Donner l'expression du moment dynamique en G_b des 4 bouteilles (B_{tot}), noté $\overrightarrow{\delta_{G_b} B_{tot}/0}$, dans le cadre de leur mouvement en translation par rapport à 0.

Le torseur dynamique de l'ensemble E exprimé en G (avec E = 4 bouteilles + pantographe) est

donné sous la forme suivante :
$$\{\mathcal{D}E/0\} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_D E/0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} -(4 \cdot m_b + m_p) \cdot \Gamma_B \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}}.$$

Q32. Donner l'expression du torseur dynamique de l'ensemble E exprimé en B dans le cadre de son mouvement par rapport à 0 en fonction des caractéristiques du système et de

l'accélération, noté
$$\{\mathcal{D}E/0\} = \underset{B}{\left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_D E/0} \\ \overrightarrow{\delta_B E/0} \end{array} \right\}}.$$

Q33. Faire l'application numérique du moment dynamique $\overrightarrow{\delta_B E/0}$. À partir de la documentation du constructeur (**annexe 4**), conclure sur la capacité du vérin à supporter les contraintes liées aux accélérations.

Partie VI - Contrôle de la position de sortie du vérin pour adapter l'entraxe

Objectif : choisir le correcteur permettant au vérin de sortie du pantographe de suivre une loi de vitesse trapézoïdale afin de valider l'exigence 1.3.2.

Il est nécessaire d'asservir la position du vérin contrôlant le déplacement de l'extrémité mobile du pantographe afin d'adapter l'entraxe pour la bonne préhension des bouteilles.

Le pantographe est mis en mouvement grâce à une machine à courant continu (MCC), alimentée par un hacheur. La vitesse de rotation de la MCC est ensuite réduite et la rotation est transformée en translation grâce à un système vis-écrou qui déplace alors le pantographe.

La **figure 24** présente le schéma-bloc de l'asservissement en position du pantographe.

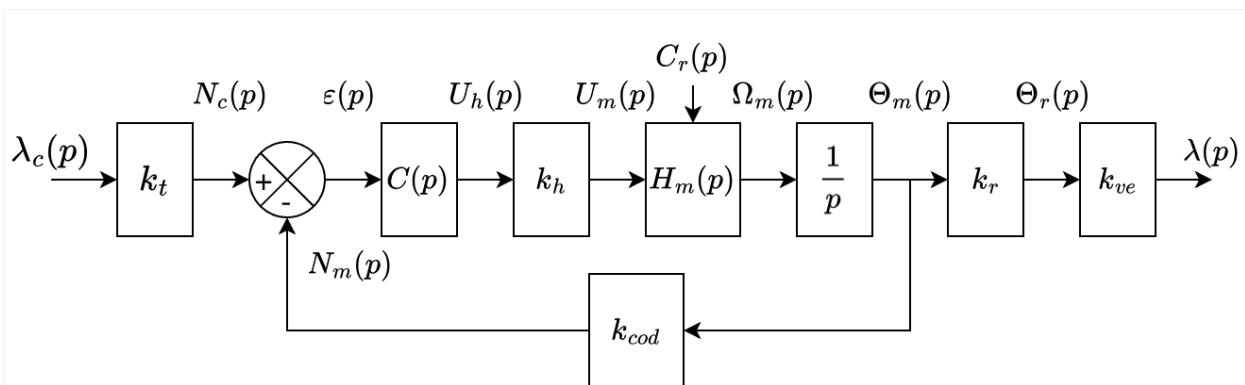


Figure 24 - Schéma-bloc de l'asservissement en position

Notations et données :

- $C(p)$: fonction de transfert du correcteur ;
- $\lambda_c(p)$: transformée de Laplace de la consigne de position ;
- $\lambda(p)$: transformée de Laplace de la position du vérin ;
- k_h : gain modélisant le hacheur, en $V \cdot \text{pt}^{-1}$, la sortie varie de $-U$ à U ($U = 12 \text{ V}$) pour une entrée codée sur $n_b = 10$ bits ;
- $H_m(p)$: fonction de transfert de la machine à courant continu ;
- k_r : gain du réducteur dont le rapport de réduction est $k_r = \omega_r/\omega_m = 1/3$;
- k_{ve} : gain du système vis-écrou, en $\text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$, dont le pas est $p_{vis} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$;
- k_{cod} : gain du codeur absolu, en $\text{pt} \cdot \text{rad}^{-1}$, permettant de mesurer la position, le codeur est composé de $n_p = 10$ pistes.

Q34. Quelle est la fonction du bloc k_t ? Donner son expression en fonction de k_{cod} , k_r et de k_{ve} .

Q35. Donner les expressions de k_{cod} , k_h et de k_{ve} en fonction de p_{vis} , U , n_p et de n_b .

Q36. Quelle est la précision de mesure théorique, notée p_λ , amenée par le codeur absolu (c'est-à-dire pour un incrément du codeur) au niveau de la position du vérin ?

Q37. Justifier l'intérêt d'utiliser un codeur absolu.

Les équations régissant la machine à courant continu sont rappelées ci-dessous :

$$\begin{aligned} u_m(t) &= R \cdot i(t) + e(t) \\ c_{em}(t) &= k_t \cdot i(t) \\ e(t) &= k_e \cdot \omega_m(t) \\ J \frac{d\omega_m(t)}{dt} &= c_{em}(t) - c_r(t) , \end{aligned}$$

avec :

- u_m : tension de l'induit ;
- i : courant de l'induit ;
- c_{em} : couple électromagnétique fourni par la MCC ;
- e : force contre-électromotrice ;
- c_r : couple résistant ;
- ω_m : vitesse de rotation du moteur ;
- R : résistance de l'induit ;
- J : inertie de l'ensemble des éléments mobiles ramenés à l'arbre moteur ;
- k_t et k_e : constantes électromécaniques de la MCC ;
- l'inductance de l'induit négligée dans cette étude.

Q38. Remplir le schéma-bloc correspondant à la MCC.

Le schéma-bloc de la machine à courant continu peut se mettre sous la forme correspondant à la **figure 25**.

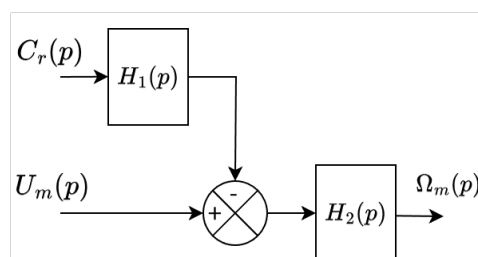


Figure 25 - Schéma-bloc de la machine à courant continu

Q39. Exprimer $H_1(p)$ et $H_2(p)$ en fonction des données de la machine à courant continu.

Pour la suite, $H_2(p)$ est considéré tel que : $H_2(p) = \frac{K_2}{1+\tau_2 \cdot p}$.

Le schéma-bloc de l'asservissement peut ainsi se mettre sous le format de la **figure 26**.

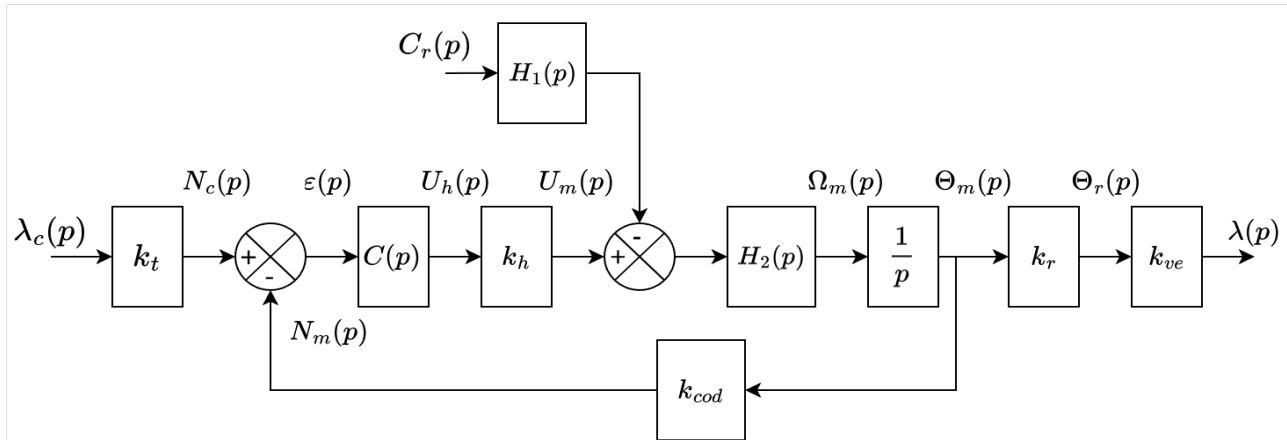


Figure 26 - Schéma-bloc de l'asservissement de position

Une commande en trapèze de vitesse (**figure 27**) est réalisée pour commander ce vérin.

Deux correcteurs sont envisagés :

- un correcteur proportionnel (P) : $C_P(p) = K_p$;
- un correcteur proportionnel-intégral (PI) : $C_{PI}(p) = K_c \frac{1+T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$.

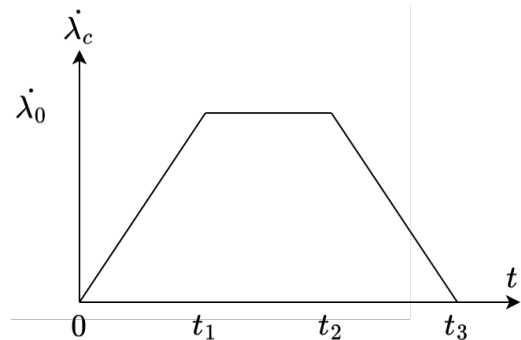


Figure 27 - Consigne de vitesse en trapèze

Pour les questions suivantes, le couple résistant est considéré nul : $C_r(p) = 0$.

Q40. Pour les deux correcteurs, préciser si les erreurs statiques et de traînage sont nulles ou non (aucun calcul n'est attendu).

Afin d'améliorer les performances, le choix se porte sur le correcteur proportionnel-intégral.

Rappel : $C_{PI}(p) = K_c \frac{1+T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$ et $H_2(p) = \frac{K_2}{1+\tau_2 \cdot p}$.

Q41. Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte sous la forme : $H_{BO}(p) = K \frac{1+T \cdot p}{p^2(1+\tau \cdot p)}$.
Donner les expressions de K, de T et de τ en fonction des paramètres du schéma-bloc de la **figure 26**.

Q42. Sur les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte fournis dans le **DR**, indiquer sur chacun :
- si T est inférieur, égal ou supérieur à τ ;
- la marge de phase si elle existe, sinon indiquer « non définie » ;
- la marge de gain si elle existe, sinon indiquer « non définie ».
Indiquer la/les configuration(s) du correcteur PI à garder pour répondre aux exigences sur les marges (**1.3.3**).

La **figure 28** montre, dans le cadre d'une simulation, les réponses temporelles de la position et de la vitesse pour une consigne trapézoïdale de vitesse.

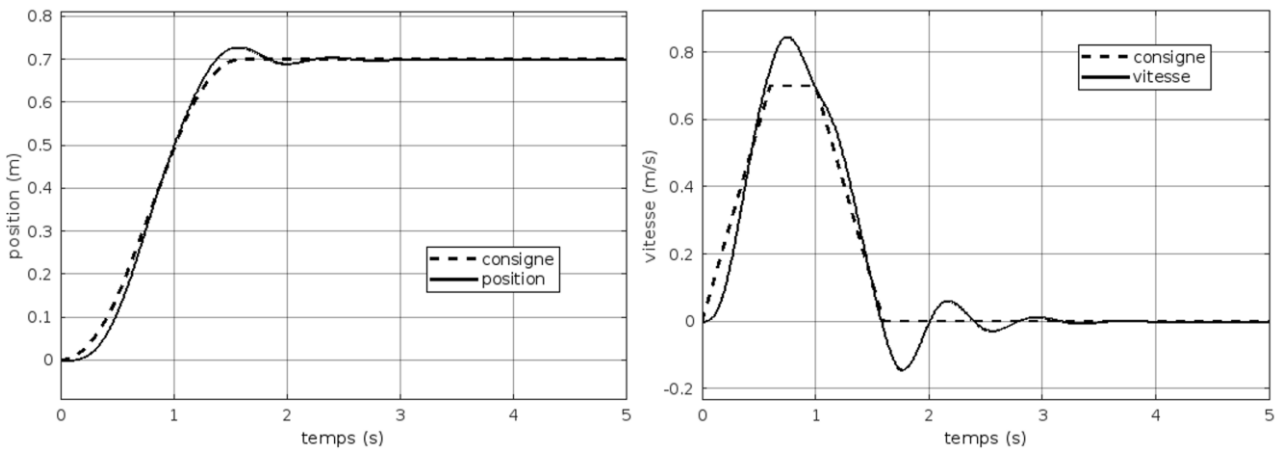


Figure 28 - Réponses temporelles de la position et de la vitesse - Simulation

Q43. Les exigences de rapidité, précision et stabilité (1.3.1, 1.3.2 et 1.3.3) sont-elles vérifiées ? Justifier.

Partie VII - Validation des capacités du moteur d'axe linéaire

Objectif : choisir l'actionneur permettant de garantir la dynamique souhaitée pour le pantographe afin de valider l'exigence 1.3.1.

Les cadences de production imposées nécessitent une grande dynamique de mouvement sur l'axe linéaire avec des accélérations et décélérations répétées. La validation des performances du moteur est nécessaire pour garantir le respect des temps imposés par les cadences à respecter.

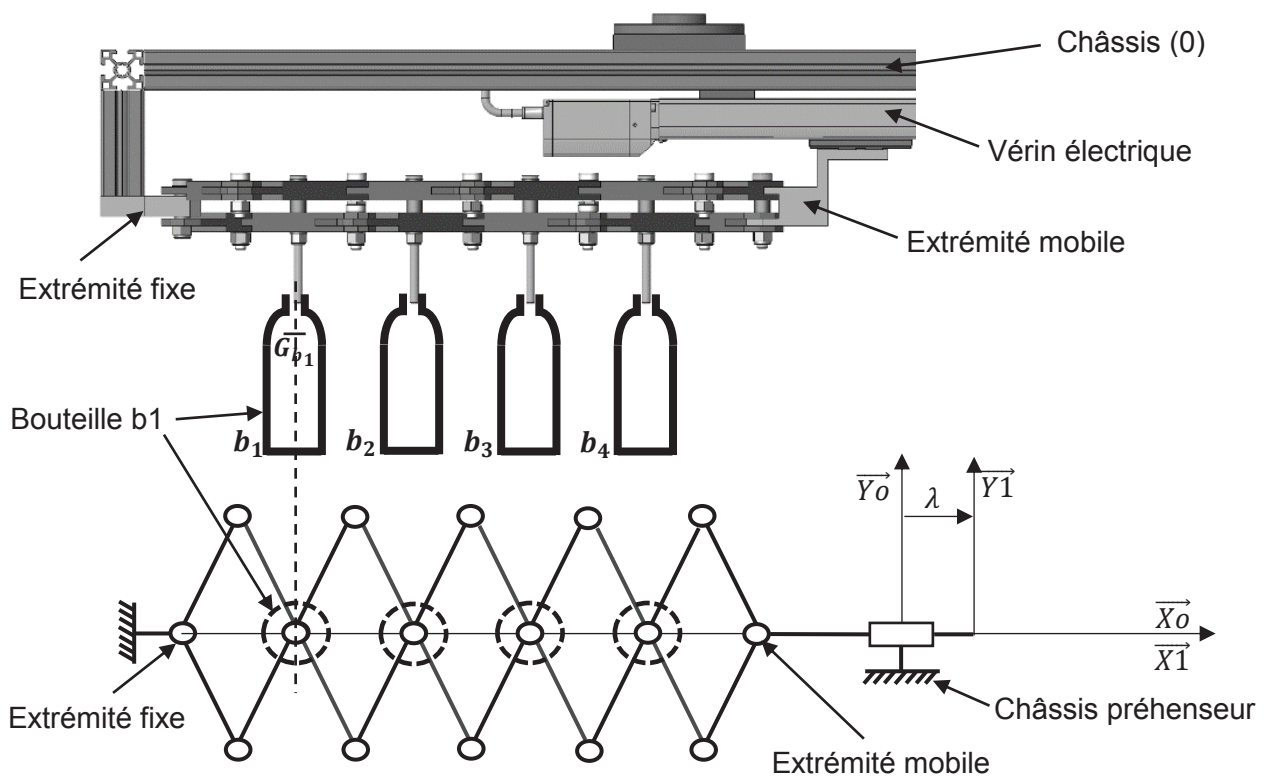


Figure 29 - Modélisation adoptée pour l'étude cinétique

Hypothèses :

- dans cette partie, on considère que le mouvement du vérin électrique s'effectue sans mouvement du robot. Le châssis (0) sera donc considéré comme solide de référence fixe ;
- l'ensemble des biellettes du pantographe sera assimilé à une masse équivalente ramenée sur l'extrémité mobile du pantographe ;
- la masse équivalente des biellettes, l'écrou et l'extrémité mobile du vérin se déplaçant à la même vitesse, ils seront assimilés à un solide 5 ;
- la vitesse de déplacement de la bouteille b_1 par rapport à la partie fixe du vérin électrique, notée V_{b_1} , est égale à $\frac{1}{5}$ de la vitesse de déplacement de l'extrémité mobile notée $\dot{\lambda}$;
- l'ensemble des 4 bouteilles sera noté B_{tot} .

Élément	Inertie / Masse	Repère
Bouteilles (b_1, b_2, b_3, b_4) = B_{tot}	m_b pour une bouteille	
Extrémité mobile du pantographe + écrou + masse équivalente biellettes	m_e	5
Axe moteur + pignon	J_{mot}	6
Axe réducteur + vis	J_{red}	7
Ventouses	négligées	

Tableau 3 : Notations relatives à la partie VII

- Q44.** En se basant sur la distance parcourue par chacune des bouteilles lors d'un déplacement du vérin et sur les hypothèses formulées, exprimer la vitesse de déplacement de la bouteille b_1 (notée V_{b_1}), b_2 (notée V_{b_2}), b_3 (notée V_{b_3}) et b_4 (notée V_{b_4}) en fonction de $\dot{\lambda}$.
- Q45.** Donner l'expression du torseur cinématique de la bouteille b_1 au point G_{b_1} dans le cadre de son mouvement par rapport au châssis du pantographe (0).
- Q46.** Donner l'expression du torseur cinétique de la bouteille b_1 au point G_{b_1} dans le cadre de son mouvement par rapport au châssis du pantographe (0).
- Q47.** Donner l'expression de l'énergie cinétique de b_1 dans le cadre de son mouvement par rapport au châssis du pantographe notée $E_c b_1/0$.
- Q48.** Démontrer que l'énergie cinétique de l'ensemble $B_{tot} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ dans le cadre de son mouvement par rapport au châssis peut se mettre sous la forme suivante :

$$E_c B_{tot}/0 = \frac{1}{2} \cdot (C) \cdot \dot{\lambda}^2. \text{ Donner l'expression de } C.$$

Le modèle cinématique du vérin électrique est présenté sur la **figure 30**.

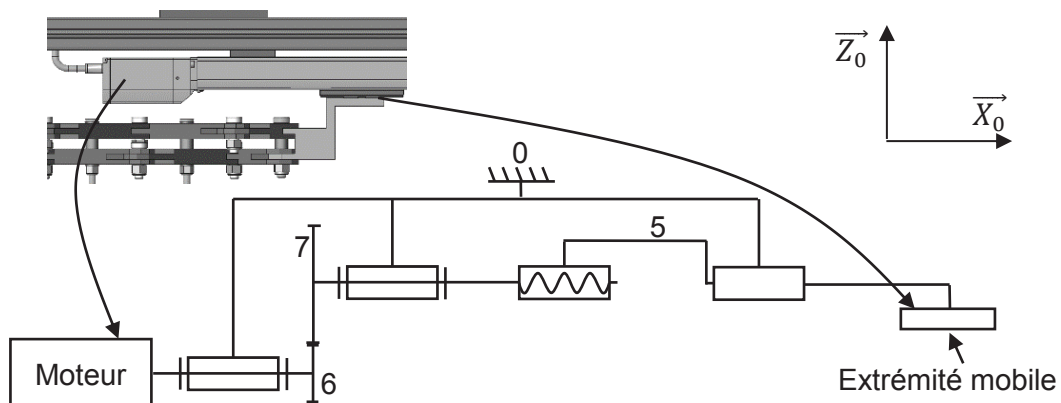


Figure 30 - Modèle cinématique du vérin électrique

Le déplacement de l'extrémité mobile du vérin est obtenu à partir d'un moteur (vitesse de rotation ω_m en $rad \cdot s^{-1}$), entraînant un réducteur de rapport de transmission $k_r = \omega_7/\omega_6 = \frac{1}{3}$, puis d'un système vis/écrou à billes de pas $p_{vis} = 8 \cdot 10^{-3} m$.

- Q49.** Donner l'expression en $m \cdot s^{-1}$ de la vitesse de déplacement de l'extrémité mobile du pantographe λ par rapport à 0 en fonction de ω_m, k_r et de p_{vis} .
- Q50.** En déduire l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble B_{tot} , notée $E_c B_{tot}/0$, en fonction de C, ω_m, k_r et de p_{vis} .
- Q51.** Exprimer l'énergie cinétique de l'axe du moteur + pignon, notée $E_c 6/0$, en fonction de J_m et de ω_m .
- Q52.** Exprimer l'énergie cinétique de l'axe du réducteur + vis, notée $E_c 7/0$, en fonction de J_{red}, k_r et de ω_m .
- Q53.** Exprimer l'énergie cinétique de l'écrou + extrémité mobile + masse équivalente des biellettes, notée $E_c 5/0$, en fonction de m_e, k_r, p_{vis} et de ω_m .
- Q54.** Donner l'expression de l'énergie cinétique de la totalité des pièces mises en mouvement par le vérin électrique, notée $E_c tot/0$, sous la forme $\frac{1}{2} J_{eq} \cdot \omega_m^2$. Donner l'expression de J_{eq} .

Pour la suite de cette partie, l'inertie équivalente J_{eq} aura la valeur suivante : $J_{eq} = 15 \cdot 10^{-6} kg \cdot m^2$.

Le détail de la loi de vitesse en trapèze utilisée pour la vitesse de déplacement de l'extrémité mobile du vérin V_{em} est présenté sur la **figure 31**. Cette loi en trapèze permet de garantir le respect des exigences de cadence de production.



Figure 31 - Vitesse de déplacement du vérin

- Les frottements présents dans les liaisons entre biellettes seront assimilés à une force résistante notée f , de direction \vec{XO} , appliquée sur l'extrémité mobile de valeur 10 N.
- Le couple exercé par le moteur sur le pignon 6 sera noté C_m .

Q55. Donner l'expression de la puissance développée par les forces de frottement, notée P_f , ainsi que la puissance du moteur, notée P_m .

Q56. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble des pièces en mouvement dans le cadre de l'étude, montrer que la relation entre le couple moteur C_m et l'accélération angulaire de l'axe du moteur $\dot{\omega}_m$ est :

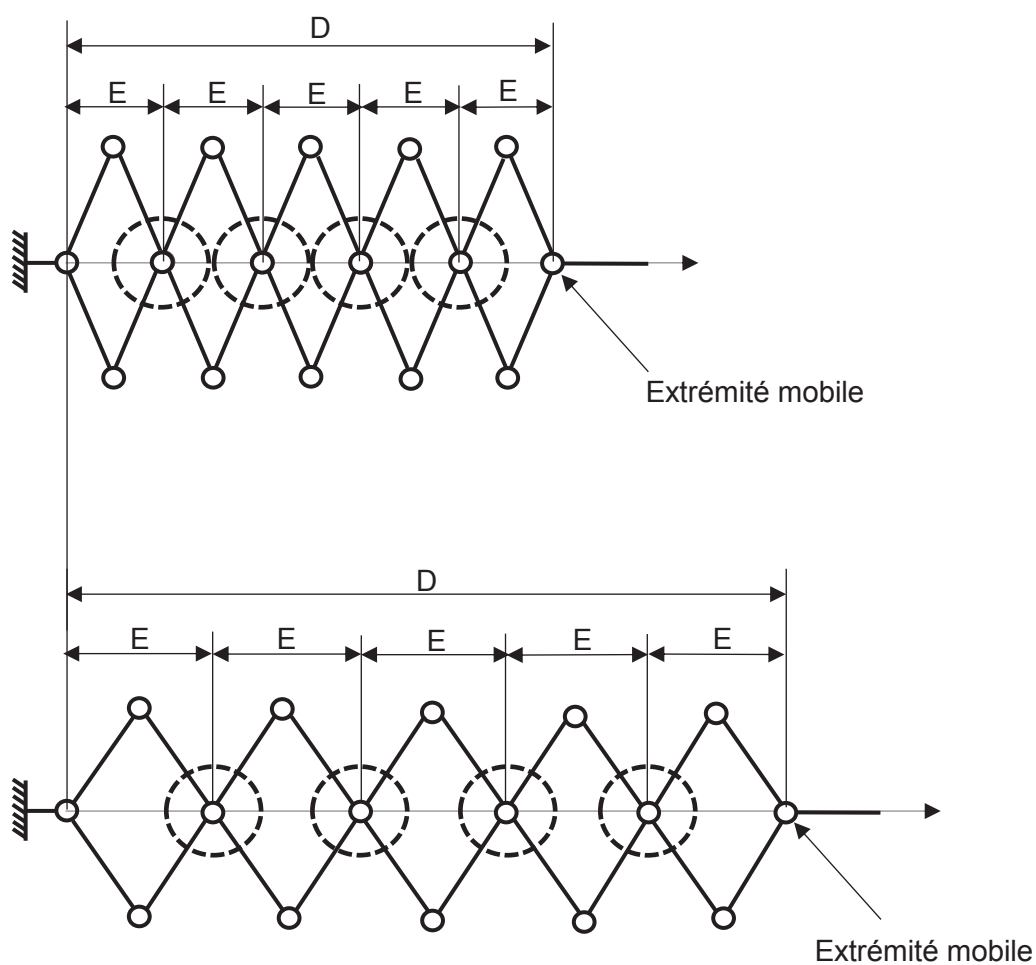
$$C_m = J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m + f \cdot k_r \cdot \frac{p_{vis}}{2\pi} .$$

Q57. Donner la valeur numérique du couple moteur minimum garantissant le fonctionnement suivant la loi de vitesse en trapèze.

Q58. Pour des raisons de compatibilité de matériel, de masse embarquée sur le préhenseur et d'encombrement, seuls les 3 moteurs proposés en **annexe 5** sont envisageables sur le système. Choisir le moteur correspondant dans la gamme du constructeur donnée en **annexe 5** et conclure sur la capacité du système à respecter les cadences relatives à la **figure 31**.

ANNEXE 1

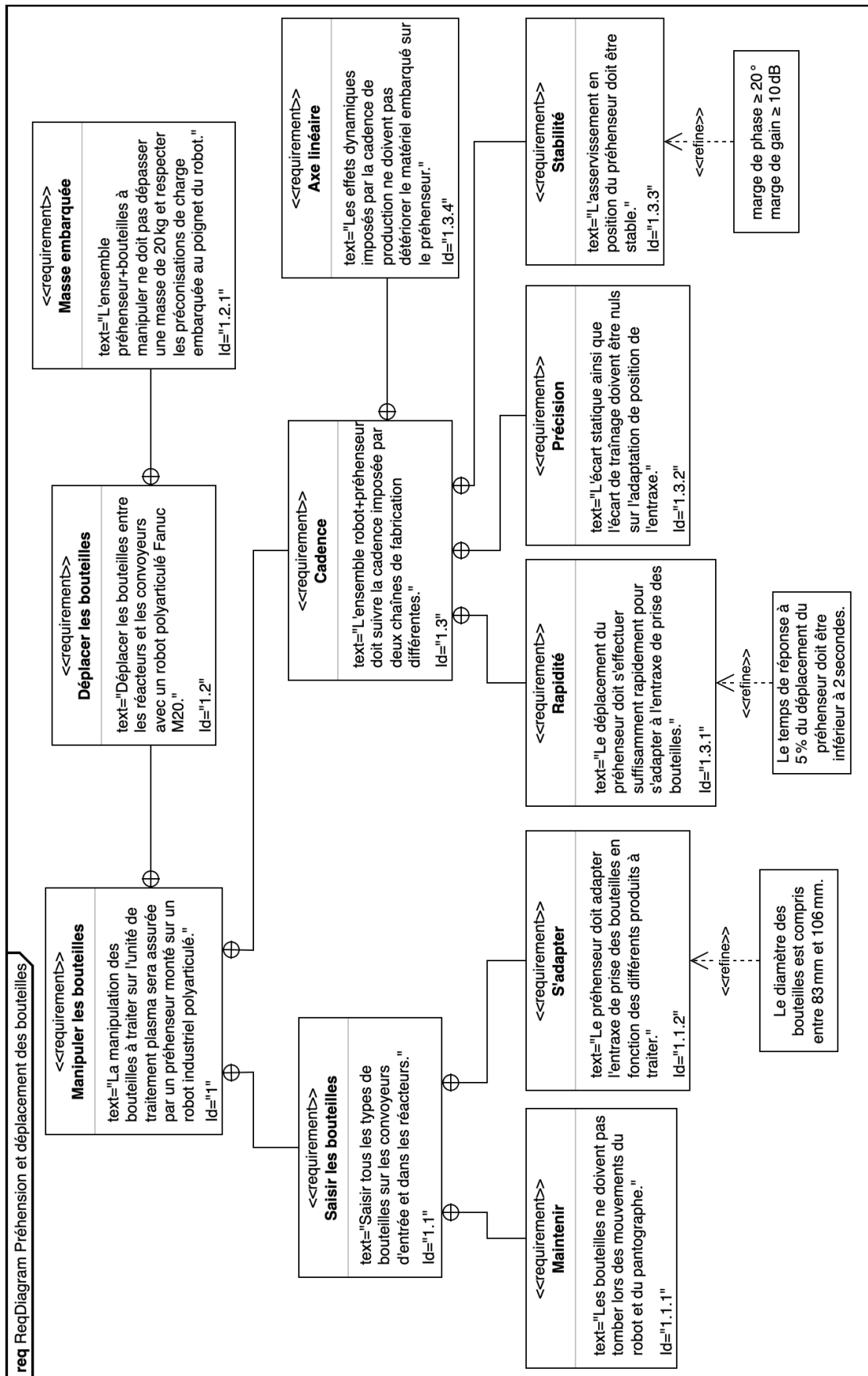
Principe de fonctionnement du pantographe



Le déplacement de l'extrémité mobile du vérin électrique entraîne une augmentation de la distance D . L'entraxe E de préhension des bouteilles s'adapte en fonction de D sur le principe du parallélogramme déformable.

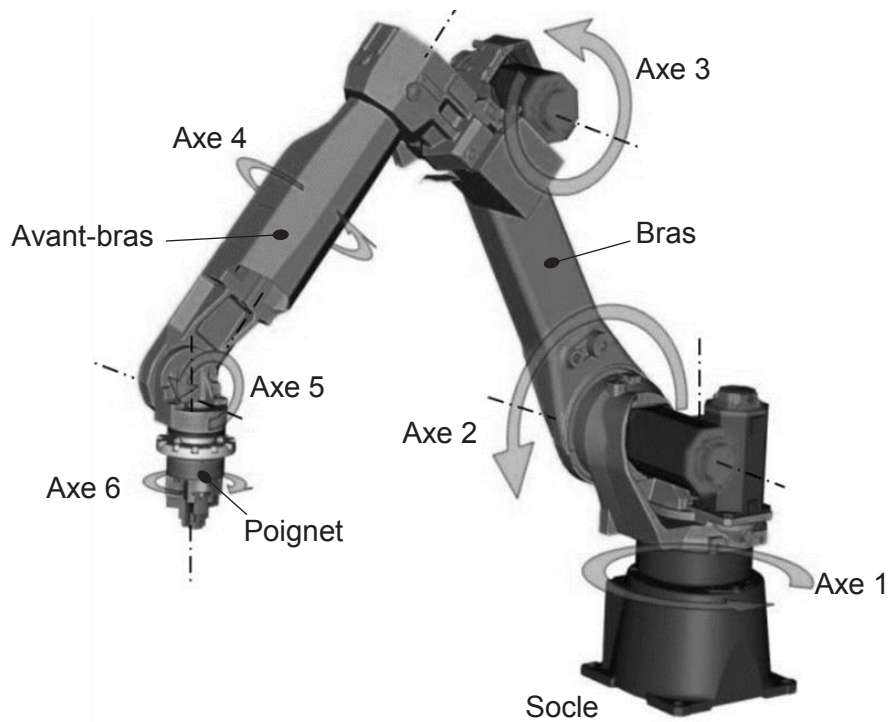
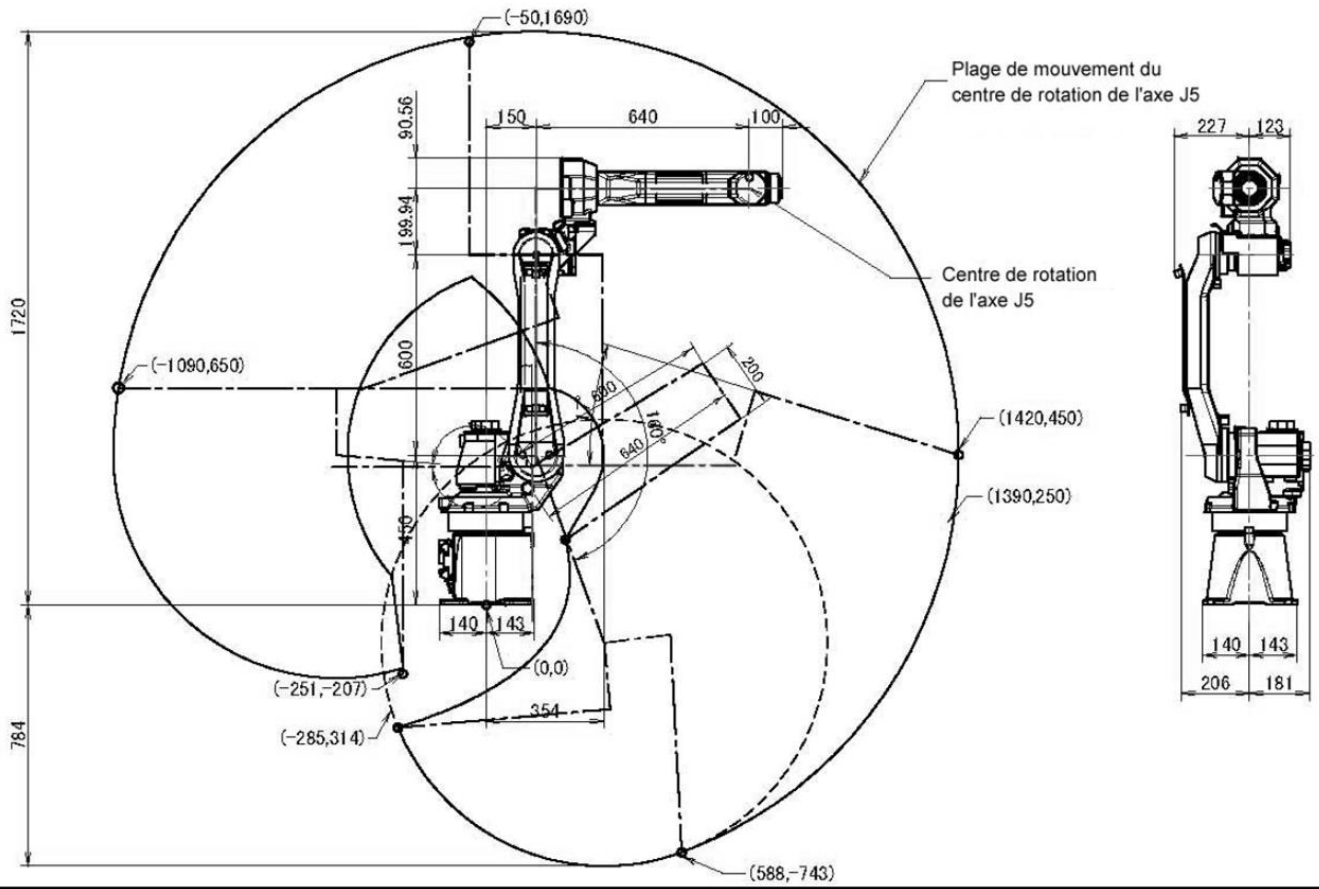
ANNEXE 2

Diagramme des exigences



ANNEXE 3

Caractéristiques dimensionnelles du robot Fanuc M10

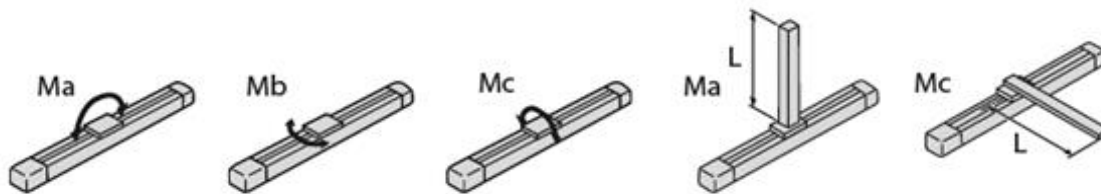


ANNEXE 4

Caractéristiques du vérin électrique

	Description
Drive system	Vis à bille diamètre 10 mm
Dispersion	0,1 mm ou moins
Matériaux	Aluminium
Guidage	Guidage linéaire
Moments dynamiques autorisés (*)	Ma : 4,9 N.m Mb : 6,8 N.m Mc : 11,7 N.m
Déport autorisé	150 mm ou moins
Conditions ambiantes	0 à 40° ; 85 % humidité, pas de condensation

(*) Données pour une distance d'usage de 5000 km



ANNEXE 5

Motorisations du vérin électrique

Série 3056 ... B

Valeurs à 22°C et à tension nominale		3056 K	012 B	024 B	036 B	048 B	
1	Tension nominale	U_N	12	24	36	48	V
2	Résistance de phase	R	1,5	6,4	12,3	23,6	Ω
3	Rendement, max.	η_{max}	76	77	77	76	%
4	Vitesse à vide	n_0	8 800	8 100	8 900	8 900	min ⁻¹
5	Courant à vide, typ. (avec l'arbre ϕ 4 mm)	I_0	0,128	0,057	0,044	0,033	A
6	Couple de démarrage	M_H	102	104	111	103	mNm
7	Couple de frottement statique	C_0	0,81	0,81	0,81	0,81	mNm
8	Coefficient de frottement dynamique	C_V	$9,5 \cdot 10^{-5}$	$9,5 \cdot 10^{-5}$	$9,5 \cdot 10^{-5}$	$9,5 \cdot 10^{-5}$	mNm/min ⁻¹
9	Constante de vitesse	k_n	742	343	251	188	min ⁻¹ /V
10	Constante FEM	k_e	1,35	2,91	3,99	5,32	mV/min ⁻¹
11	Constante de couple	k_M	12,9	27,8	38,1	50,8	mNm/A
12	Constante de courant	k_i	0,078	0,036	0,026	0,02	A/mNm
13	Pente de la courbe n/M	$\Delta n/\Delta M$	87	79	81	87	min ⁻¹ /mNm
14	Inductance de phase	L	160	740	1 400	2 600	μ H
15	Constante de temps mécanique	τ_m	13,6	12,4	12,7	13,7	ms
16	Inertie du rotor	J	15	15	15	15	gcm ²

Série 0824 ... B

Valeurs à 22°C et à tension nominale		0824 K	006 B	012 B	
1	Tension nominale	U_N	6	12	V
2	Résistance de phase	R	2,91	10,7	Ω
3	Rendement, max.	η_{max}	70	70	%
4	Vitesse à vide	n_0	35 100	37 500	min ⁻¹
5	Courant à vide, typ. (avec l'arbre ϕ 1 mm)	I_0	0,055	0,031	A
6	Couple de démarrage	M_H	3,28	3,34	mNm
7	Couple de frottement statique	C_0	0,021	0,021	mNm
8	Coefficient de frottement dynamique	C_V	$1,89 \cdot 10^{-6}$	$1,89 \cdot 10^{-6}$	mNm/min ⁻¹
9	Constante de vitesse	k_n	5 968	3 183	min ⁻¹ /V
10	Constante FEM	k_e	0,168	0,314	mV/min ⁻¹
11	Constante de couple	k_M	1,6	3	mNm/A
12	Constante de courant	k_i	0,625	0,333	A/mNm
13	Pente de la courbe n/M	$\Delta n/\Delta M$	10 855	11 353	min ⁻¹ /mNm
14	Inductance de phase	L	30	107	μ H
15	Constante de temps mécanique	τ_m	2,4	2,5	ms
16	Inertie du rotor	J	0,0285	0,0285	gcm ²

Série 1628 ... B

Valeurs à 22°C et à tension nominale		1628 T	012 B	024 B	
1	Tension nominale	U_N	12	24	V
2	Résistance de phase	R	4,36	15,2	Ω
3	Rendement, max.	η_{max}	68	69	%
4	Vitesse à vide	n_0	30 800	31 600	min ⁻¹
5	Courant à vide, typ. (avec l'arbre ϕ 1,5 mm)	I_0	0,087	0,045	A
6	Couple de démarrage	M_H	9,79	11	mNm
7	Couple de frottement statique	C_0	0,148	0,148	mNm
8	Coefficient de frottement dynamique	C_V	$5,33 \cdot 10^{-6}$	$5,33 \cdot 10^{-6}$	mNm/min ⁻¹
9	Constante de vitesse	k_n	2 645	1 349	min ⁻¹ /V
10	Constante FEM	k_e	0,378	0,741	mV/min ⁻¹
11	Constante de couple	k_M	3,61	7,08	mNm/A
12	Constante de courant	k_i	0,277	0,141	A/mNm
13	Pente de la courbe n/M	$\Delta n/\Delta M$	3 195	2 896	min ⁻¹ /mNm
14	Inductance de phase	L	134	517	μ H
15	Constante de temps mécanique	τ_m	18,1	16,4	ms
16	Inertie du rotor	J	0,54	0,54	gcm ²

FIN

