ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI

PHYSIQUE - CHIMIE

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de quatre parties indépendantes.

Des données se trouvent en fin de sujet, **page 11**.

Semi-conducteurs et convertisseurs de puissance

Partie I - Dopage des semi-conducteurs

Dans l'industrie des semi-conducteurs, les phénomènes de diffusion sont souvent utilisés pour la fabrication des composants afin de modifier les propriétés électriques d'un substrat.

On s'intéresse ici à la diffusion d'atomes de phosphore dans un substrat de silicium (**figure 1**).

Figure 1 - Substrat de silicium

On suppose que la diffusion a uniquement lieu suivant la direction (Ox). On note $C(x,t)$ la concentration atomique en phosphore au point M d'abscisse x, à l'instant t.

À l'instant initial, les atomes de phosphore, supposés ponctuels, se situent tous sur le plan $x = 0$.

Ainsi :

- à l'instant $t = 0$, la concentration en atomes de phosphore est nulle en tout point M d'abscisse $x \neq 0$;
- à l'instant $t = 0$, on définit dans le plan $x = 0$ la densité surfacique σ d'atomes de phosphore.

Il n'y a ni apparition, ni disparition des atomes de phosphore au sein du substrat de silicium.

Q1. En notant D le coefficient de diffusivité, rappeler simplement la loi de Fick qui lie le vecteur courant de diffusion de particules : $\vec{j}(x,t) = j(x,t)\vec{e}_x$ et la concentration $C(x,t)$. Préciser les unités des grandeurs qui interviennent.

Q2. Établir par une loi de conservation, sur un système que vous préciserez, une relation aux dérivées partielles entre $j(x,t)$ et $C(x,t)$.

Q3. En déduire l'équation de diffusion vérifiée par la concentration $C(x,t)$.

Q4. Par une analyse dimensionnelle, relier de façon qualitative la longueur caractéristique L_c du phénomène de diffusion à sa durée τ_c. On admettra que les coefficients adimensionnés sont de l'ordre de l'unité.

On admet que $C(x,t) = \frac{\alpha}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$.

Q5. En remarquant que pour $t > 0$, les atomes de phosphore qui se trouvaient à l'instant $t = 0$ en $x = 0$ ont tous diffusés dans le substrat, déterminer l'expression de α en fonction de σ et de D.

On définit la profondeur de diffusion p à l'instant t par :

$$C(p,t) = \frac{1}{e}.C(0,t).$$

Q6. Exprimer p en fonction de D et de t. Ce résultat est-il cohérent avec la relation qualitative, trouvée à la question **Q4** ?

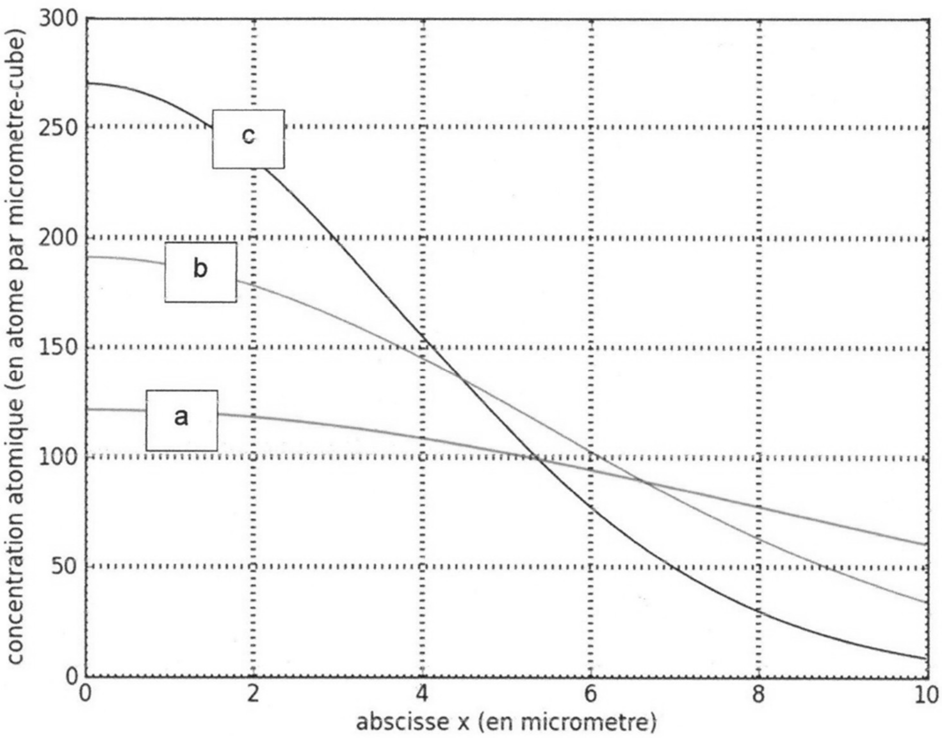

Figure 2 - Concentration en atome de phosphore en fonction de x

La **figure 2** représente l'évolution de $C(x,t)$ en fonction de x pour trois instants précis : $t = 1\text{ h}$, $t = 2\text{ h}$ et $t = 5\text{ h}$.

Q7. Identifier sur la **figure 2** chacune des courbes correspondant à $C(x,t = 1\text{ h})$, $C(x,t = 2\text{ h})$ et $C(x,t = 5\text{ h})$.

Q8. Évaluer numériquement le coefficient de diffusivité D à l'aide de la **figure 2**, en utilisant la courbe **c** dont l'origine est à $C(x = 0, t\text{ fixé}) \approx 270\ \mu \cdot m^{-3}$.

Partie II - Forme stable du silicium dans la nature

Q9. À quelle période (ou ligne) et à quelle famille (ou colonne) de la classification périodique des éléments appartient le silicium ?

On considère la réaction chimique suivante :

$$\mathrm{Si_{(s)}} + \mathrm{O_{2(g)}} = \mathrm{SiO_{2(s)}} \qquad (1)$$

Q10. Calculer l'enthalpie standard $\Delta_\mathrm{r}H_1^\circ$ de la réaction (1). Conclure quant au caractère endothermique ou exothermique de cette réaction.

Q11. Calculer l'entropie standard $\Delta_\mathrm{r}S_1^\circ$ de la réaction (1). Son signe était-il prévisible ?

Q12. À la température $T = 298$ K et sous une pression $P = P_\mathrm{atm} = 10^5$ Pa, la réaction (1) est-elle négligeable, quantitative ou partielle ? Quelle opération d'électrométallurgie doit-on effectuer pour obtenir du silicium libre $\mathrm{Si_{(s)}}$, utilisé pour l'élaboration de semi-conducteurs ?

Partie III - Circuit RLC et hacheurs parallèles

III.1 - Circuit RLC

On considère le circuit électrique représenté sur la **figure 3**, où L est une bobine assimilable à une inductance pure, C un condensateur de capacité C et R un conducteur ohmique de résistance R. U_e est la tension d'entrée et U_s est la tension de sortie.

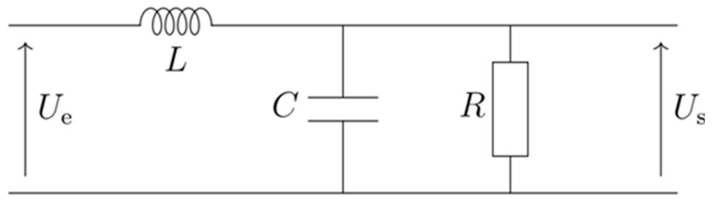

Figure 3 - Circuit RLC

Q13. Établir l'équation différentielle reliant les deux tensions U_s et U_e. La mettre sous la forme canonique suivante :

$$\frac{\mathrm{d}^2 U_\mathrm{s}}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}U_\mathrm{s}}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 U_\mathrm{s} = \omega_0^2 U_\mathrm{e}$$

en explicitant les expressions du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 en fonction de R, L et de C.

On donne sur les **figures 4a, 4b** et **4c** les réponses à un échelon unitaire de tension de trois circuits RLC identiques au circuit de la **figure 3**, ayant une même pulsation ω_0 mais avec trois facteurs de qualité différents :

$$Q = 0{,}2\ ; \quad Q = 0{,}5\ ; \quad Q = 3.$$

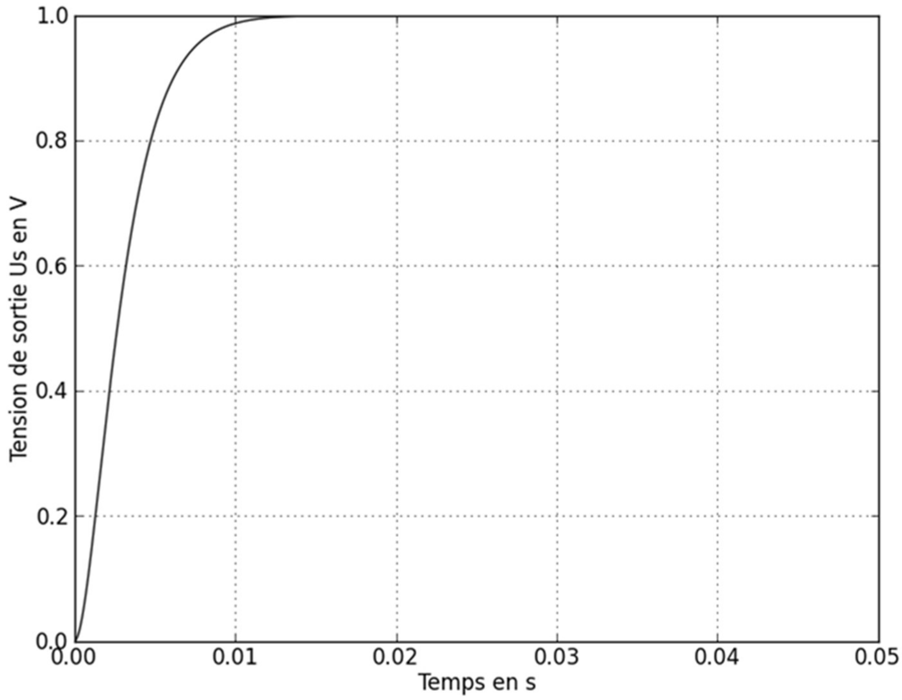

Figure 4a - Réponse indicielle **a**

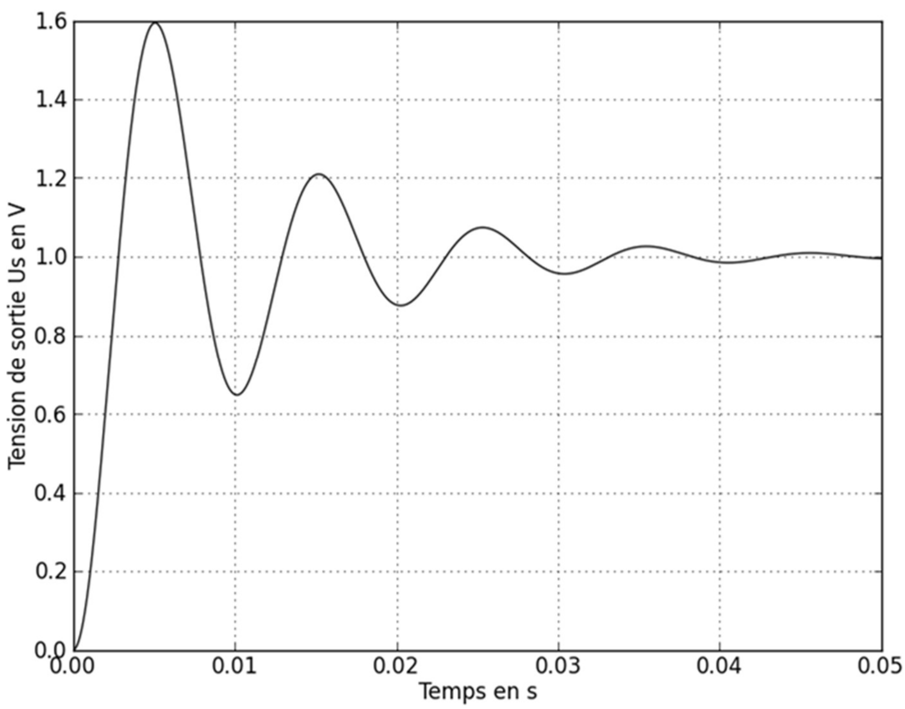

Figure 4b - Réponse indicielle **b**

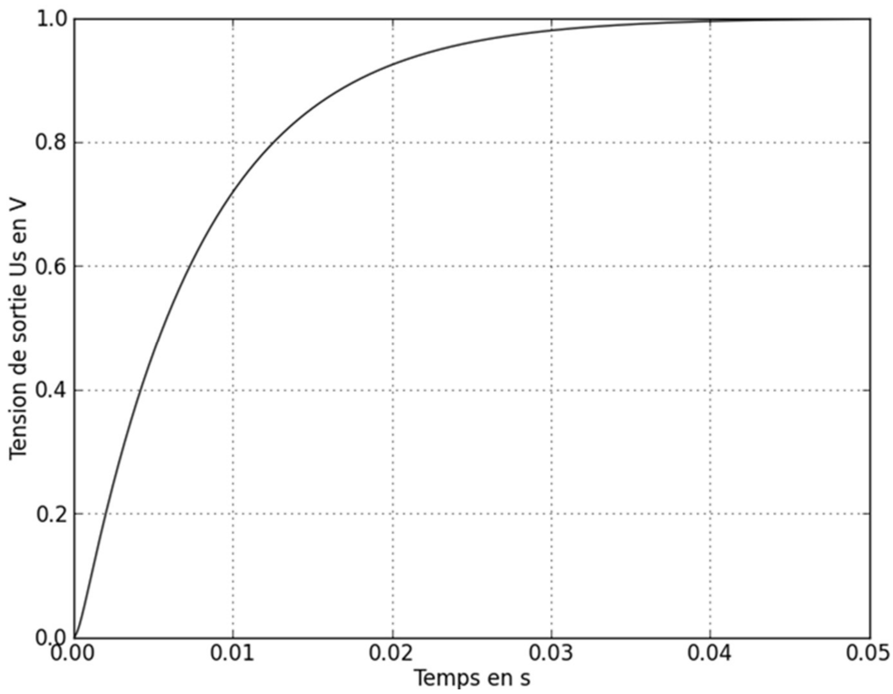

Figure 4c - Réponse indicielle **c**

Q14. Attribuer à chacune des réponses indicielles **a**, **b** et **c** le facteur de qualité correspondant. La justification attendue pourra être phrasée et/ou analytique.

La **figure 5** donne la réponse à une tension d'entrée sinusoïdale d'amplitude maximale de 1 Volt d'un circuit RLC identique au circuit de la **figure 3**, caractérisé par son facteur de qualité Q et sa pulsation propre ω_0.

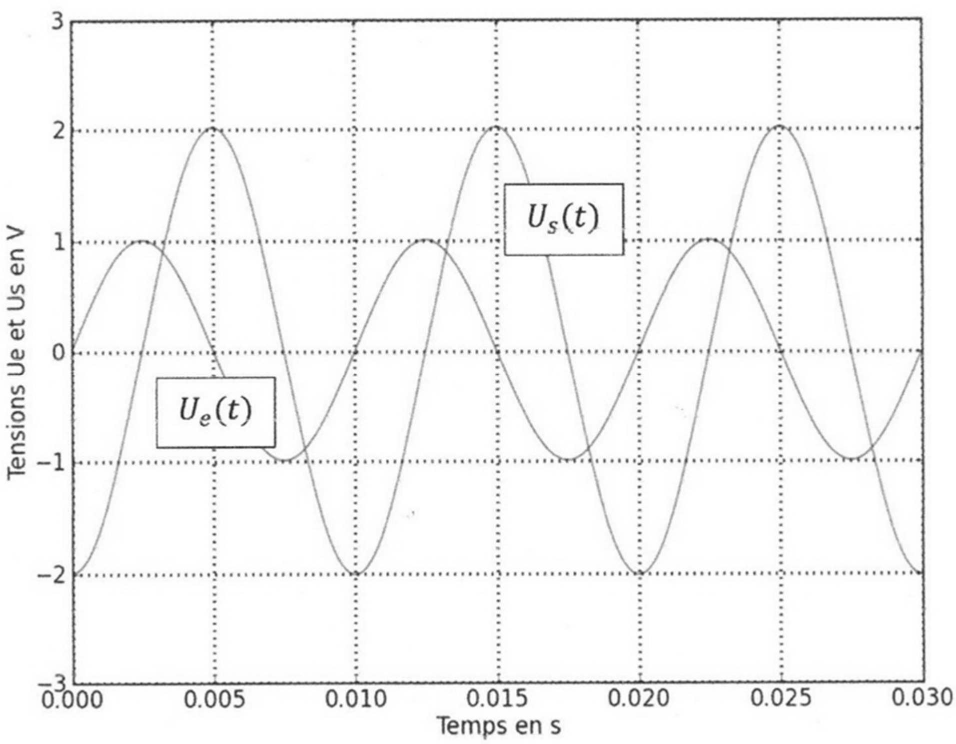

Figure 5 - Tensions d'entrée et de sortie en régime sinusoïdal forcé

Q15. Dans cette question, il est demandé de faire preuve d'autonomie. Toute démarche même partielle de résolution sera prise en compte.
Déterminer numériquement les valeurs du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 du circuit utilisé lors de cet essai en régime sinusoïdal forcé.

III.2 - Conception d'un hacheur simple

À partir d'une batterie assimilable à une source de tension parfaite $U = 12$ V, on cherche à alimenter un composant, représenté **figure 6** par la résistance R, sous une tension $e(t)$ de valeur moyenne $E = 30$ V et parcouru par un courant $i_R(t)$ de valeur moyenne $I_R = 5$ A.

Pour ce faire, on propose d'utiliser un hacheur simple (**figure 6)** de rapport cyclique α et de période $T = 50$ µs. Les interrupteurs électroniques K_1 et K_2 sont supposés idéaux.

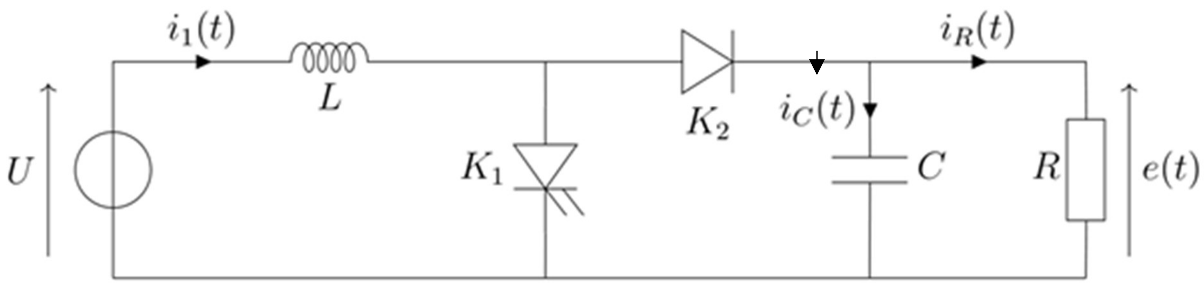

Figure 6 - Hacheur simple

K_1 est fermé sur l'intervalle de temps $[0, \alpha T]$ et est ouvert sur l'intervalle de temps $[\alpha T, T]$.

On pose $\tau = RC \gg T$.

On impose de plus les deux contraintes suivantes :

- on note respectivement $I_{1_{\max}}$ et $I_{1_{\min}}$ les valeurs maximale et minimale de l'intensité du courant $i_1(t)$ sur une période de hachage. L'intensité du courant d'entrée a pour valeur moyenne I_1 et l'ondulation du courant d'entrée, $\Delta I_1 = I_{1_{\max}} - I_{1_{\min}}$, ne doit pas dépasser 10 % de la valeur moyenne I_1 ;
- on note respectivement $E_{\max}$ et $E_{\min}$ les valeurs maximale et minimale de la tension $e(t)$ sur une période de hachage. La tension $e(t)$ a pour valeur moyenne E et son ondulation, définie par $\Delta E = E_{\max} - E_{\min}$, ne doit pas dépasser la valeur $\Delta E_{\max} = 100$ mV.

Q16. Préciser au regard des règles d'interconnexions entre les sources et des contraintes imposées dans notre application, la (les) fonctionnalité(s) qu'assure l'inductance pure L.

Q17. Quel est le rôle du condensateur de capacité C ?

On s'intéresse dans un premier temps à la contrainte liée à l'ondulation de l'intensité du courant $i_1(t)$. On considère alors la tension $e(t)$ comme constante et égale à E.

Q18. Écrire les deux équations différentielles vérifiées par l'intensité du courant $i_1(t)$ dans chacun des deux intervalles de temps $[0, \alpha T]$ et $[\alpha T, T]$.

Q19. Déterminer la relation qui lie U, E et α, puis la valeur numérique de α.

Q20. Représenter graphiquement l'allure de l'intensité du courant $i_1(t)$ en fonction de t.

Q21. À l'aide de considérations énergétiques, exprimer, en fonction de I_R et de α, la valeur moyenne I_1 de l'intensité du courant $i_1(t)$.

Q22. Déterminer en fonction de U, α, T, et de I_R, l'expression et la valeur numérique minimale de l'inductance $L_{\min}$ à utiliser pour respecter la condition sur le taux d'ondulation de l'intensité du courant $i_1(t)$.

On s'intéresse dans un second temps à la contrainte liée à l'ondulation de la tension $e(t)$ qui n'est plus considérée comme constante.

Q23. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur lorsque K_1 est fermé.

En déduire, sur l'intervalle de temps $[0, \alpha T]$, l'expression de la tension $u_c(t)$ en fonction de $E_{\max}$ et de τ.

Q24. Déterminer, en faisant les approximations qui s'imposent, l'expression littérale de la capacité minimale $C_{\min}$ à utiliser, en fonction de E, α, T, R et de $\Delta E_{\max}$.

Partie IV - Blindage électromagnétique

Du fait de leur fonctionnement par commutation, les convertisseurs d'électronique de puissance sont à l'origine de perturbations électromagnétiques. Nous nous proposons ici d'étudier comment une plaque conductrice peut écranter ces perturbations.

IV.1 - Modélisation

On suppose qu'un champ électromagnétique, de fréquence inférieure à $10\ \mathrm{GHz}$, excite en surface un conducteur ohmique, semi-infini, qui occupe le demi-espace des $z > 0$ (**figure 7**). Ce conducteur, assimilable d'un point de vue diélectrique et magnétique à du vide, est électriquement neutre.

Au niveau de l'interface, en $z = 0$, le champ électromagnétique est décrit par son champ électrique : $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$ auquel on associe la représentation complexe : $\vec{E} = E_0 e^{j\omega t} \vec{e}_x$.

On s'intéresse au phénomène de diffusion du champ électromagnétique dans le conducteur ohmique.

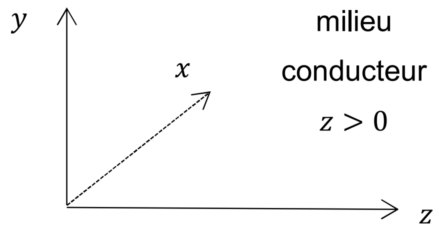

Figure 7 - Conducteur semi-infini

IV.2 - Expressions des champs dans le conducteur

Dans le conducteur ohmique, on décrit l'onde électromagnétique par les expressions complexes suivantes :

$$\begin{cases} \underline{\vec{E}} = E_0 e^{j(\omega t - \underline{k} z)} \vec{e}_x \\ \underline{\vec{j}} = j_0 e^{j(\omega t - \underline{k} z)} \vec{e}_x \\ \underline{\vec{B}} = \underline{B_0} e^{j(\omega t - \underline{k} z)} \vec{e}_y \end{cases}$$

où $\underline{k}$ et $\underline{B_0}$ sont à valeurs complexes.

Q25. Écrire les équations de Maxwell dans le conducteur ohmique ainsi que la loi d'ohm locale.

Q26. Après avoir justifié que le courant de déplacement est négligeable devant le courant de conduction, simplifier l'équation de Maxwell-Ampère.

Q27. Montrer que le champ électrique vérifie l'équation d'onde de la forme : $\Delta\vec{X} - \alpha\frac{\partial \vec{X}}{\partial t} = \vec{0}$. Préciser l'expression de α en fonction de γ et de μ_0.

Q28. Quelle est l'unité de α dans le Système International (S.I.) ? De quel type d'équation s'agit-il ? Préciser un autre domaine de la physique dans lequel on rencontre cette catégorie d'équations.

Q29. Déterminer la relation de dispersion qui lie $\underline{k}$ et ω. Le conducteur ohmique est-il un milieu dispersif ou non ?

On pose $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$.

Q30. Déterminer, en fonction de E_0, δ et de γ, les expressions complexes du champ électrique $\underline{\vec{E}}$ et de la densité de courant électrique $\underline{\vec{j}}$ à l'intérieur du conducteur ohmique.

On admet l'expression complexe du champ magnétique : $\underline{\vec{B}} = \frac{\sqrt{2} E_0}{\delta \omega} e^{j\left(\omega t - \underline{k} z + \frac{\pi}{4}\right)} \vec{e}_y$

Q31. Donner le nom et l'unité de δ. Que peut-on dire des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ pour $z \gg \delta$?

IV.3 - Considérations physiques sur l'écrantage

Q32. Pour écranter les perturbations électromagnétiques, on dépose une couche métallique sur une plaque non conductrice. Cet écrantage est-il plus efficace pour des ondes électromagnétiques basse ou haute fréquence ?

Déterminer numériquement l'ordre de grandeur de l'épaisseur du dépôt métallique nécessaire pour écranter efficacement une onde électromagnétique de fréquence $f = 1\ \mathrm{MHz}$.

Q33. Préciser simplement quel phénomène physique est à l'origine de l'atténuation des ondes électromagnétiques dans les conducteurs ohmiques ?

On propose ici de valider la réponse à la question précédente, par une étude quantitative. On reprend le modèle du milieu conducteur semi-infini pour $z > 0$.

On raisonne sur une portion parallélépipédique de ce milieu semi-infini de section droite S (**figure 8**).

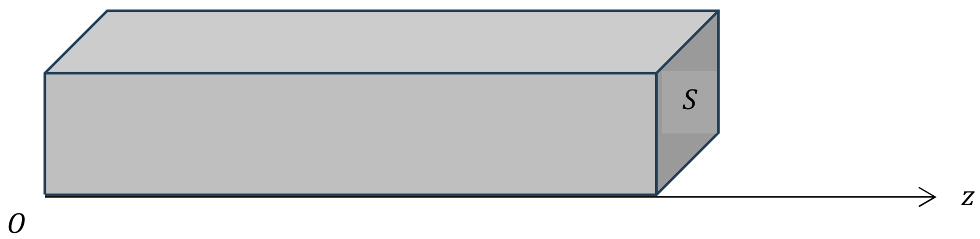

Figure 8 - Conducteur semi-infini

Q34. Déterminer en fonction de E_0, μ_0, γ, ω et de S la puissance moyenne qui entre dans le conducteur à travers la section S située en $z = 0^+$.

Q35. On considère une tranche de conducteur située entre z et $z + \mathrm{d}z$. Déterminer en fonction de γ, δ, S et de E_0 la puissance moyenne dissipée dans cette tranche de conducteur.

Q36. En déduire, en fonction E_0, μ_0, γ, ω et de S la puissance moyenne dissipée dans le conducteur semi-infini de section S. Conclure.

Données

Données mathématiques et numériques

$\int_0^{+\infty} e^{-u^2}\mathrm{d}u = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$e \approx 2{,}7$

$\ln(e) = 1$

$182 \times 298 = 54\,236$

Données chimiques

Numéro atomique du silicium : $Z = 14$

Enthalpies standards de formation à $298\ \mathrm{K}$:

$\Delta_f H^\circ(\mathrm{Si_{(s)}}) = 0\ \mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$

$\Delta_f H^\circ(\mathrm{O_{2(g)}}) = 0\ \mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$

$\Delta_f H^\circ(\mathrm{SiO_{2(s)}}) = -\,877{,}4\ \mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$

Entropies standards à $298\ \mathrm{K}$:

$S^\circ(\mathrm{Si_{(s)}}) = 18{,}8\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$

$S^\circ(\mathrm{O_{2(g)}}) = 205{,}0\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$

$S^\circ(\mathrm{SiO_{2(s)}}) = 41{,}8\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$

Composition de l'atmosphère :
20 % de $\mathrm{O_2}$ et 80 % de $\mathrm{N_2}$

Grandeurs électromagnétiques

Perméabilité magnétique du vide :

$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}$.

Permittivité électrique du vide :

$\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ \mathrm{F\cdot m^{-1}}$.

Opérateurs vectoriels

$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{A})\right) = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\mathrm{div}(\vec{A})\right) - \Delta\vec{A}$

Avec

$\vec{A} = A_x(x,y,z)\vec{e}_x + A_y(x,y,z)\vec{e}_y + A_z(x,y,z)\vec{e}_z$

$\Delta\vec{A} = \Delta A_x\vec{e}_x + \Delta A_y\vec{e}_y + \Delta A_z\vec{e}_z$

$\Delta U(x,y,z) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$

Résistivités électriques

Métal	Résistivité à $300\ \mathrm{K}$
Argent	$16.10^{-9}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$
Cuivre	$17.10^{-9}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$
Or	$22.10^{-9}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$
Aluminium	$28.10^{-9}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$
Zinc	$61.10^{-9}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$

Célérité de la lumière : $c = 3.10^8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Formules trigonométriques

$$\cos a\cos b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) + \cos(a+b))$$

$$\sin a\cos b = \frac{1}{2}(\sin(a-b) + \sin(a+b))$$

FIN

IMPRIMERIE NATIONALE – 26 1017 – D'après documents fournis