



CONCOURS COMMUN INP RAPPORT DE L'ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES

1/ PRÉSENTATION DU SUJET

Le sujet était composé de trois exercices entièrement indépendants. Le premier portait sur la réduction de deux formes de matrices par blocs. Le deuxième était consacré à l'étude de la somme et du maximum de variables aléatoires indépendantes suivant une même loi géométrique. Enfin, le troisième exercice s'intéressait à la résolution d'une équation différentielle non ordinaire en s'appuyant notamment sur des développements en série entière.

Le sujet avait pour objectif d'évaluer les candidats sur une vaste partie du programme des deux années de classe préparatoire ainsi que sur les six grandes compétences exposées dans le programme de la filière PC. L'indépendance des trois exercices avait pour but de permettre aux candidats de commencer le sujet avec les thèmes du programme qu'ils maîtrisaient le mieux, puis de pouvoir passer facilement à un autre exercice en cas de difficulté. Le sujet était d'une longueur raisonnable afin de donner une réelle possibilité aux candidats de traiter l'ensemble des questions.

2/ COMMENTAIRES GÉNÉRAUX SUR LES COPIES

L'ensemble des correcteurs a une nouvelle fois constaté que le soin et la présentation des copies restent très en deçà des exigences que l'on peut raisonnablement attendre d'un étudiant à ce niveau d'étude : rappelons que ces aspects participent à l'évaluation de la production des candidats. Certains candidats n'ont pas respecté la consigne imposant l'utilisation d'un stylo de couleur suffisamment foncée, ce qui rend la lecture de leur copie particulièrement difficile. Par ailleurs, bien que l'usage d'un effaceur soit interdit, cela n'empêche pas les candidats de corriger leurs erreurs en barrant proprement. Enfin, il est recommandé de soigner la mise en page des copies, en aérant les réponses, en évitant les abréviations et en mettant en valeur les résultats afin d'en faciliter la lecture.

En outre, un nombre préoccupant de copies présente des réponses dépourvues d'explications ou de justifications. Or, une épreuve de mathématiques ne vise pas uniquement à évaluer les compétences calculatoires : elle exige aussi une présentation claire et rigoureuse du raisonnement. Lorsqu'un candidat souhaite invoquer un résultat du cours, il doit le citer explicitement et vérifier attentivement que toutes ses hypothèses sont satisfaites. De plus, il est important de choisir une présentation structurée (sous forme

d'une liste par exemple) pour les théorèmes comportant de nombreuses hypothèses à vérifier (comme le théorème de dérivation d'une intégrale à paramètre par exemple).

Par ailleurs, une part importante des candidats utilise implicitement des résultats établis dans les questions précédentes sans les mentionner, ce qui nuit à la clarté de leurs raisonnements. Rappelons que si un candidat souhaite utiliser le résultat d'une question précédente, il doit le signaler explicitement en citant le numéro de la question concernée. Les candidats doivent également faire attention à introduire correctement les objets et les notations qu'ils utilisent au cours de leur raisonnement.

Une part importante des candidats ne semble pas maîtriser la nature des objets qu'ils manipulent. Les cas les plus flagrants dans ce sujet ont été observés dans le premier exercice : de nombreuses réponses proposaient des matrices comme valeurs propres ou comme déterminant.

De nombreuses questions relevaient du cours ou en constituaient une application directe. Leur réussite modérée semble révéler un manque de maîtrise des connaissances fondamentales chez un nombre important de candidats. Par ailleurs, les questions nécessitant une prise d'initiative ont été peu abordées.

3/ REMARQUES DÉTAILLÉES PAR QUESTION

Exercice 1 (Réduction de matrices par blocs) :

Q1 - Attention à bien lire l'énoncé : certains candidats ont confondu les matrices A et M. D'autres n'ont pas remarqué que la matrice M était symétrique réelle.

Q2 - Attention à bien lire l'énoncé : certains candidats ont confondu les matrices A et M. Afin d'éviter des calculs inutilement longs, il était préférable d'effectuer des opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes avant de développer le déterminant.

Q3 - Question globalement bien traitée.

Q4 - Une part importante des candidats traite les blocs de la matrice comme des scalaires, ce qui les conduit à écrire des égalités entre des objets de nature différente.

Q5 - Question globalement bien traitée.

Q6 - La première partie de la question était globalement bien traitée. En revanche, la détermination des valeurs propres de M était souvent hasardeuse : certains candidats ont oublié la valeur propre 0, tandis que d'autres ont divisé les valeurs propres de A par 2 au lieu de les multiplier.

Q7 - Beaucoup de candidats se sont trompés en écrivant $Q(D/2)$ comme une matrice par blocs. L'hypothèse $Q(0) = 0$ était souvent mal utilisée.

Q8 - Question peu abordée.

Q9 - Il ne fallait pas bâcler la rédaction de cette récurrence élémentaire. Attention à bien initialiser la récurrence à l'indice $k=0$.

Q10 - Question globalement bien traitée.

Q11 - Question peu abordée. Peu de candidats sont parvenus à justifier que A est diagonalisable, alors qu'il s'agissait d'une application directe du cours.

Q12 - Question peu abordée.

Exercice 2 (Autour de la loi géométrique) :

Q13 - Peu de candidats ont donné une réponse correcte, alors qu'il s'agit essentiellement d'une application directe du cours et d'une bonne compréhension de l'énoncé.

Q14 - Cette question a permis de distinguer les candidats connaissant leur cours des autres.

Q15 - De nombreux candidats ont compris ce qu'il convenait de faire, mais le raisonnement était imprécis ou incomplet dans la majorité des cas.

Q16 - Question globalement bien traitée, mais il manquait régulièrement des éléments de justification.

Q17 - Le développement en série entière demandé était très rarement correct et une expression juste de la loi de S_n n'apparaissait que très rarement dans les copies.

Q18 - Il est incontournable de donner toutes les justifications des différentes étapes du calcul pour aboutir au résultat demandé.

Q19 - Même remarque que la question précédente.

Q20 - Certains candidats ont astucieusement pensé à comparer les variables aléatoires V_n et S_n pour prouver que V_n est d'espérance finie.

Q21 - Question souvent abordée, mais les manipulations d'évènements ont donné lieu à de nombreuses erreurs.

Q22 - De nombreuses erreurs ont été relevées dans le calcul de la dérivée ainsi que dans la détermination d'un équivalent simple de la fonction en $+\infty$.

Q23 - La partie de la question concernant la convergence des objets en jeu a souvent été éludée dans les solutions des candidats.

Q24 - Toutes les hypothèses du théorème du changement de variable sont très rarement vérifiées. La convergence de l'intégrale découle directement de l'application de ce théorème.

Q25 - Question assez peu abordée.

Exercice 3 (Résolution d'une équation différentielle non ordinaire) :

Q26 - Question globalement bien traitée.

Q27 - Une partie des candidats a oublié la constante et n'a donné qu'une unique solution.

Q28 - De nombreux candidats ont montré que les solutions avaient une certaine forme, mais presque aucun n'a pensé à étudier la réciproque.

Q29 - Même remarque que pour la question précédente.

Q30 - Les valeurs absolues sont souvent oubliées lors de l'application de la règle de d'Alembert.

Q31 - Question globalement bien traitée, mais la justification de la dérivabilité était souvent omise.

Q32 - Même remarque que pour la question précédente. Il était indispensable de citer l'unicité du développement en série entière pour conclure.

Q33 - Une part importante des candidats a considéré que $a_0 = 1$, ce qui n'est pas le cas en général. Il ne fallait pas oublier d'étudier la réciproque.

Q34 - Dans l'hérédité, le caractère C^1 de $f^{(n)}$ est rarement justifié. Attention également à bien initialiser la propriété au rang $n = 0$.

Q35 - Question technique très rarement traitée correctement.

Q36 - La question est souvent comprise, mais la rédaction pour justifier la convergence de l'intégrale vers 0 est souvent insuffisante.

Q37 - Question bien traitée par les candidats capables de rassembler l'ensemble des résultats précédents.