

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE TSI

SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Durée : 6 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
 - Ne pas utiliser de correcteur.
 - Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.
-

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé d'une présentation et de trois parties, toutes indépendantes.

Énoncé : 28 pages

Annexe : 2 pages

Document réponse (DR) : 39 pages

Seul le Document Réponse doit être rendu dans son intégralité

(le QR Code doit être collé sur la première page de ce DR).

IMPRIMANTE NAZCA DE HUMMINK

Présentation



Hummink est une start-up de fabrication additive (procédés permettant de fabriquer, par ajout de matière, un objet physique à partir d'un objet numérique) aux échelles nano et micrométriques. Elle a été fondée en 2020. Cette start-up repose sur une technologie brevetée inspirée de la microscopie à force atomique et qui permet d'atteindre des dimensions d'impression de l'ordre de 50 nm (dix fois plus petit que le diamètre d'un cheveu) avec une précision de positionnement de 20 nm. La versatilité de la technologie permet d'imprimer avec tout type d'encre (des encres métalliques conductrices aux résines) sur tout type de surface. Cette méthode de dépôt (utilisée dans l'imprimante NAZCA) fait appel à l'utilisation de pipettes nano et micrométriques, avec des tailles et des matériaux adaptés au type de rendu attendu par le client. À cette échelle, les effets de viscosité, de séchage et de tension de surface sont exacerbés et représentent un réel défi.

Avec cette technologie, Hummink vise à fournir aux acteurs des semi-conducteurs, de l'affichage et du diagnostic in vitro, les outils pour concevoir facilement et rapidement des objets à l'échelle nanométrique.

Imprimante NAZCA

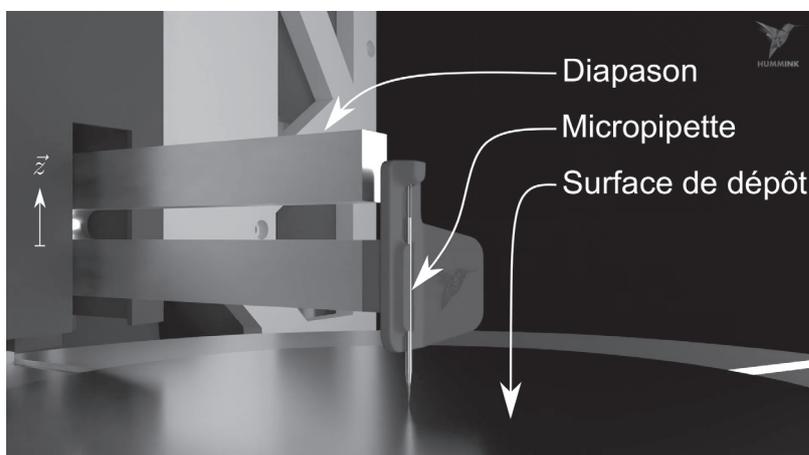


Figure 1 - Imprimante NAZCA

La NAZCA ressemble à une imprimante 3D (**figure 1**), cependant pour l'axe vertical elle utilise une pièce métallique (nommée par la suite diapason), qui est excitée par un résonateur piézo-électrique et sur laquelle est fixée une micropipette du liquide à déposer. En étudiant la fréquence d'oscillation du diapason, on peut savoir si la micropipette, à son extrémité, est en contact ou non avec la surface de dépôt de l'encre.

Le capteur en position sur la direction \vec{z} est un accéléromètre qui est utilisé pour étudier la fréquence d'oscillation du diapason $f_{\text{oscillation}}$. On distinguera deux états (**figure 2**), l'oscillation " libre " (où le diapason vibre à une fréquence f_{libre}) et l'oscillation de " contact " (où le diapason vibre à une

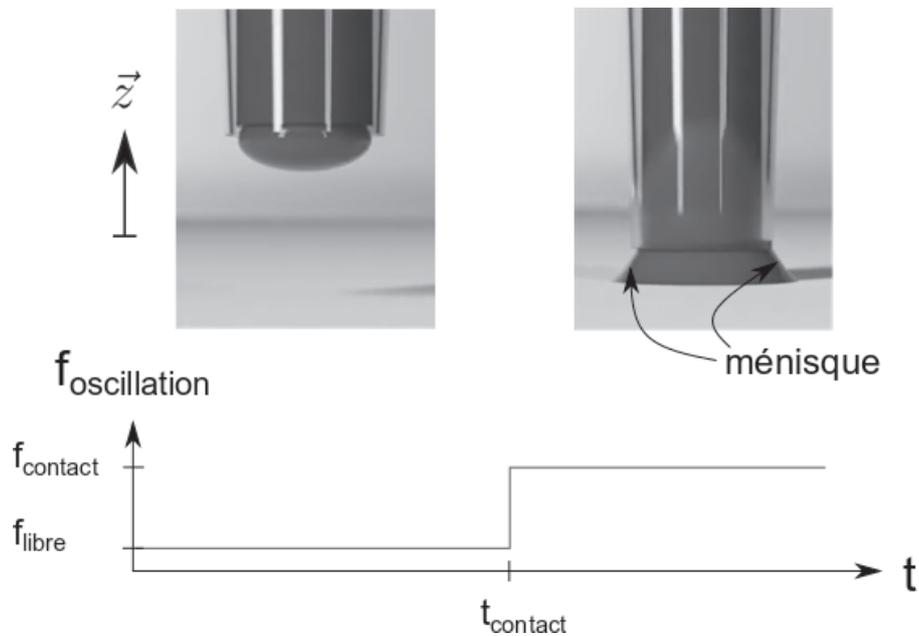


Figure 2 - Oscillations " libre ", de " contact " et $f_{oscillation}$ associées

fréquence $f_{contact}$). Lorsque la micropipette vibre dans l'air, sa fréquence de résonance est plus faible que lorsqu'un ménisque liquide fait la jonction entre la micropipette et la surface de dépôt (**figure 2**).

C'est le principe de l'AFM (microscope à force atomique) qui est utilisé dans la NAZCA et qui exploite la modification de fréquence de résonance d'un objet soumis à une fréquence d'oscillation donnée f_0 lorsqu'il s'approche d'une surface.

La problématique de ce sujet porte sur :

- la mise en vibration du diapason avec une amplitude et une fréquence d'oscillation contrôlées et à l'étude du comportement de l'actionneur piézo-électrique et de son alimentation ;
- l'étude statique et dynamique du déplacement de la micropipette selon la direction \vec{z} ;
- le respect des performances d'asservissement du déplacement de la micropipette.

Problématique

Vérifier la capacité de la NAZCA à répondre aux exigences du cahier des charges du point de vue des performances dynamiques attendues pour le dépôt de substrat (**figure 3**).

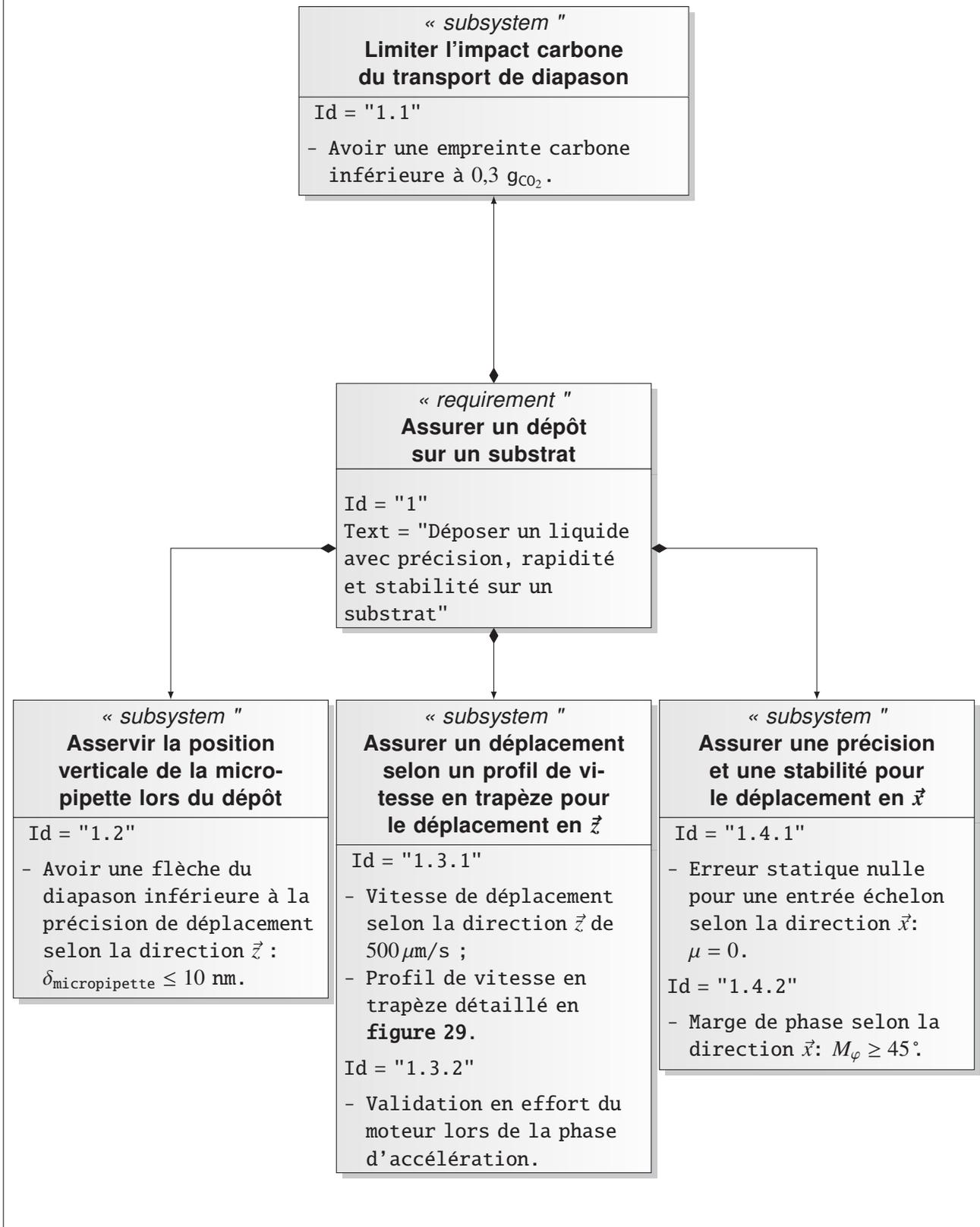


Figure 3 - Diagramme des exigences du dépôt de substrat sur la NAZCA

Partie I - Mise en vibration du diapason avec une amplitude et une fréquence d'oscillation contrôlées

Objectifs : analyser le cycle de vie du diapason pour limiter son empreinte carbone, modéliser le comportement mécanique en déformation du diapason afin de respecter le critère de précision de déplacement de la micropipette et modéliser l'alimentation du transducteur piézo-électrique afin d'être dans les conditions nominales d'utilisation.

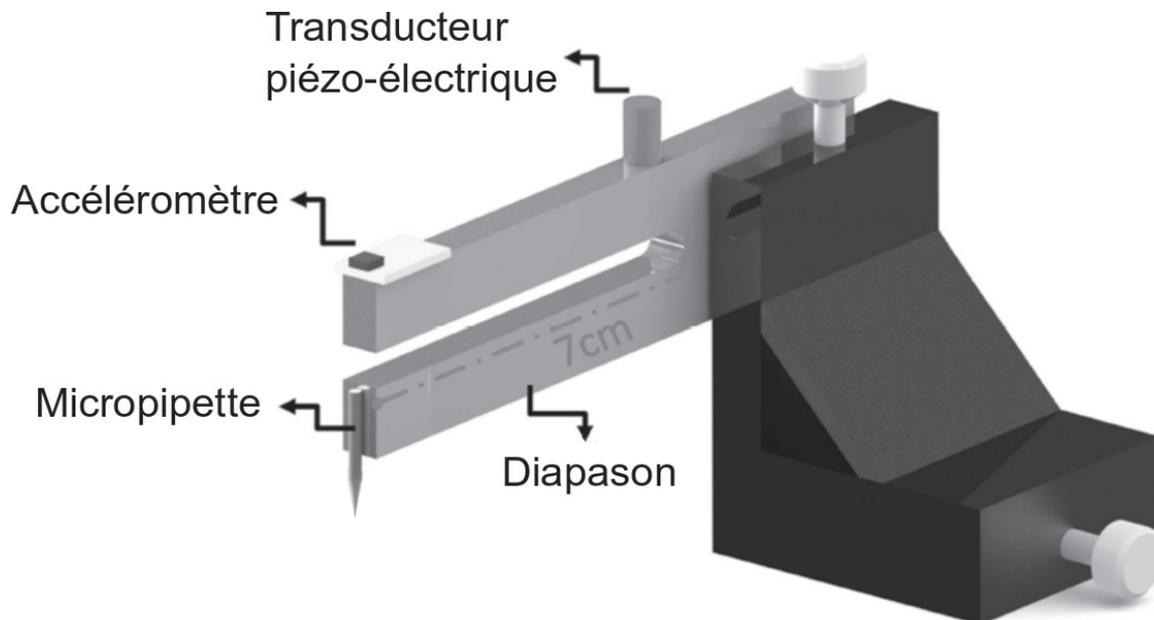


Figure 4 - Schéma du principe de fonctionnement de la technologie Hummink
L Canale et al 2018 Nanotechnology 29 355501

I.1 - Analyse du cycle de vie du diapason : empreinte carbone

Une société nantaise peut fabriquer le diapason avec les exigences souhaitées. On souhaite limiter les émissions de CO₂ lors du transport des diapasons après fabrication.

Sachant que la start-up est située à Paris, les modes d'acheminement étudiés sont le transport routier, ferroviaire ou aérien.

Données d'analyse de cycle de vie (simplifiées pour faciliter les calculs)	
Distances Paris ↔ Nantes : 400 km	Empreinte carbone des moyens de transport Aérien : 20 g _{CO₂} · t ⁻¹ · km ⁻¹ Routier : 100 g _{CO₂} · t ⁻¹ · km ⁻¹ Ferroviaire : 2 g _{CO₂} · t ⁻¹ · km ⁻¹
Masse du diapason $m_{\text{diapason}} = 20 \text{ g}$	
"t" est une unité de masse (la tonne).	

Deux trajets sont proposés pour transporter le diapason :

- trajet n°1 – Paris ↔ Nantes : 20 % routier + 80 % ferroviaire ;
- trajet n°2 – Paris ↔ Nantes : 30 % routier + 70 % aérien.

Q1. Déterminer l’empreinte carbone des deux trajets proposés. Choisir celui qui permet de respecter l’exigence Id. 1.1 du cahier des charges.

I.2 - Modélisation du déplacement de la micropipette lors de la vibration du diapason

On va s’intéresser à la position du transducteur piézo-électrique (dont l’action mécanique sur le diapason est modélisée par la force F au point B) pour obtenir un déplacement de la micropipette $\delta_{\text{micropipette}}$ lors de la vibration du diapason afin qu’il soit inférieur à la précision de déplacement vertical de la micropipette (20 nm).

Pour la suite de cette sous-partie, le diapason (**figure 4**) sera modélisé par une poutre et l’action du transducteur par une force ponctuelle \vec{F} (**figure 5**).

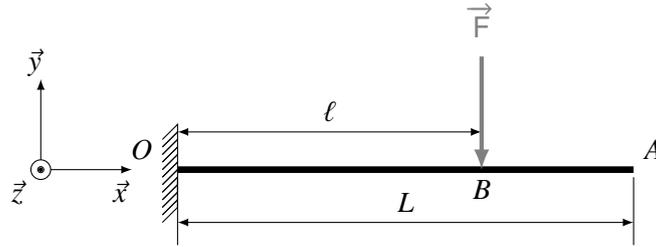


Figure 5 - Chargement d’une poutre

Données : $\vec{OB} = \ell \vec{x}$, $\vec{OA} = L \vec{x}$

Hypothèse : le poids de la poutre est négligeable devant la force du transducteur piézo-électrique.

On pose x la position de la section droite de la poutre, $y(x)$ la déformée de la ligne moyenne en cette position.

On utilisera comme convention des efforts intérieurs pour le torseur si on coupe la poutre en deux morceaux au point $G(x)$ (avec x^+ à droite de $G(x)$ et x^- à sa gauche) :

$$\{\mathcal{F}_{\text{int}}\} = \{\mathcal{F}_{x^+ \rightarrow x^-}\}_{G(x)} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(x) = N(x) \vec{x} + T_y(x) \vec{y} + T_z(x) \vec{z} \\ \vec{M}_G(x) = M_t(x) \vec{x} + M_{f_y}(x) \vec{y} + M_{f_z}(x) \vec{z} \end{array} \right\}_{G(x)}$$

Afin de faire vibrer la poutre, le transducteur piézo-électrique est alimenté par une tension sinusoïdale. On s’intéresse dans cette sous-partie de résistance des matériaux à la déformée maximale en statique qu’aurait la poutre pour un chargement donné.

Les équations de la résistance des matériaux donnent la relation suivante :

$$\frac{d^2 y}{dx^2}(x) = \frac{M_{f_z}(x)}{E \cdot I_{yz}},$$

avec : $M_{f_z}(x)$ le moment de flexion de la poutre autour de la direction \vec{z} , E le module de Young du diapason (ici modélisé par une poutre) et I_{yz} le moment quadratique de la poutre par rapport à l’axe (G, \vec{z}) si G est le centre de la section de la poutre à l’abscisse curviligne \vec{x} .

Q2. Donner les torseurs des efforts intérieurs à la poutre dans les intervalles $I_1 = [0, \ell]$ et $I_2 = [\ell, L]$.

Q3. Donner les conditions limites $(y(0), \frac{dy}{dx}(0))$ pour une poutre encastree, au niveau de l'encastrement en $O (x = 0)$. Montrer que la flèche de la poutre au niveau de son extrémité libre $y(L)$ peut s'écrire sous la forme $y(L) = \frac{F\ell^2}{EI_{yz}} \left(\frac{\ell}{6} - \frac{L}{2} \right)$.

On donne la section de la poutre en **figure 6**.

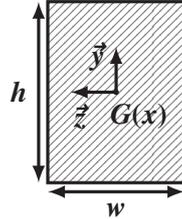


Figure 6 - Section de la poutre

Q4. Déterminer la valeur numérique du moment quadratique de la poutre à section rectangulaire, sachant qu'elle a pour dimensions $h = 2 \text{ cm}$ et $w = 6 \text{ mm}$ et que la relation du moment quadratique en flexion est : $I_{yz} = \frac{w \times h^3}{12}$ (on fera attention aux unités des longueurs h et w dans la formule).

La résolution pour déterminer la position du transducteur piézo-électrique permettant de respecter le cahier des charges ($y(L) = 10 \text{ nm}$) pour une poutre de longueur $L = 8 \text{ cm}$, de moment quadratique I_{yz} déterminé à la question précédente, de module de Young $E = 69 \text{ GPa}$ et une force générée par le transducteur piézo-électrique de $F = 60 \text{ N}$ revient à trouver les racines d'un polynôme d'ordre 3.

On se propose de trouver ces racines par la méthode de dichotomie. On trace tout d'abord la fonction pour connaître l'allure du polynôme (**figure 7**).

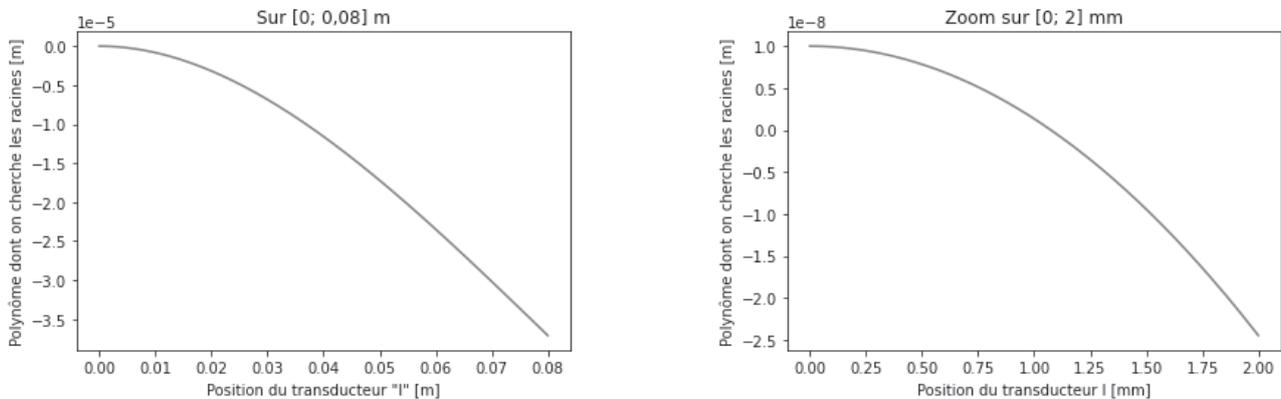


Figure 7 - Tracé du polynôme dont on cherche les racines

Q5. Compléter la fonction de dichotomie suivante :

```
def dichotomie ( f , p , q , eps ) :
    assert p < q and f(p) * f(q) < 0 and eps > 0
    while (q - p) > eps :
## A compléter ##
    return (p + q) / 2
```

Le programme renvoie la valeur de la position du transducteur ℓ suivante (en mm) : 1.07494.

Q6. Conclure sur la faisabilité du cahier des charges (donné dans le diagramme des exigences en **figure 3**) concernant la flèche de la poutre $y(L) = \delta_{\text{micropipette}}$.

I.3 - Étude du comportement de l'actionneur piézo-électrique et de son alimentation

Les objectifs assignés à cette sous-partie sont de caractériser le comportement de l'actionneur piézo-électrique afin de statuer en termes d'architecture fonctionnelle, de structure, des stratégies de contrôle et de performances des solutions technologiques retenues pour son alimentation à partir de la source monophasée du distributeur public.

Le diapason est mis en vibration par l'actionneur piézo-électrique. Il convient de faire fonctionner l'actionneur piézo-électrique en mode forcé pour une excitation la plus sinusoïdale possible.

L'actionneur piézo-électrique requiert une tension sinusoïdale dont la fréquence et l'amplitude doivent être maîtrisées en fonction des conditions de fonctionnement. Or le réseau de distribution public délivre une tension sinusoïdale dont les valeurs d'amplitude et de fréquence sont fixes.

Pour y parvenir, l'architecture fonctionnelle retenue pour son alimentation est donnée en **figure 8** :

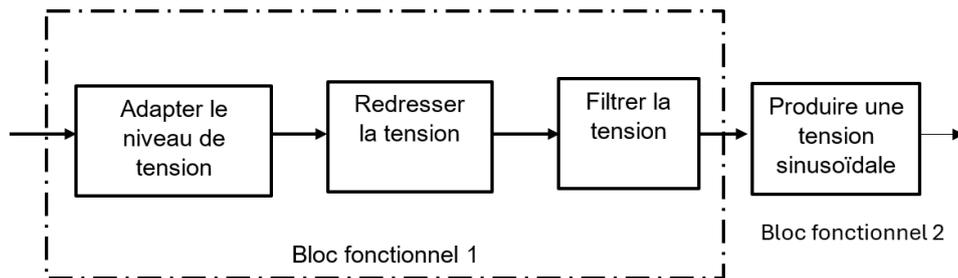


Figure 8 - Architecture fonctionnelle de l'alimentation de l'actionneur

Le bloc fonctionnel 1 repose sur la connexion en cascade d'un transformateur et d'un pont redresseur double alternance suivi d'un filtre. Le bloc fonctionnel 2 est composé d'un onduleur monophasé associé à un filtre.

Q7. Compléter le tableau du **Document Réponse (DR)** en utilisant les sigles *AC* (Alternating Current) et *DC* (Direct-Current) pour qualifier le type de modification des formes d'ondes opérée par le transformateur, le redresseur associé à son filtre et l'association de l'onduleur avec son filtre.

I.4 - Modélisation du comportement fréquentiel de l'actionneur piézo-électrique

Il s'agit ici de caractériser le comportement fréquentiel de l'actionneur piézo-électrique en vue de justifier la stratégie de pilotage de l'onduleur qui l'alimente.

L'actionneur doit être alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace réglable de 0 à 75 V.

L'actionneur piézo-électrique est modélisé par le schéma donné à la **figure 9** avec $R_m = 100 \text{ m}\Omega$, $C_m = 260 \text{ nF}$ et $C_p = 300 \text{ nF}$.

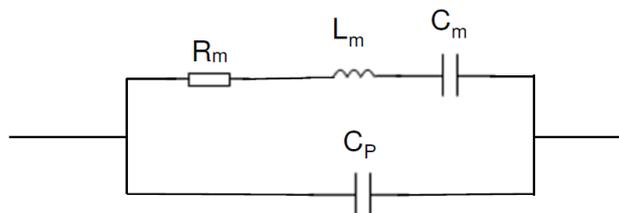


Figure 9 - Schéma de l'actionneur piézo-électrique

On note ω la pulsation de la tension sinusoïdale pure à laquelle est soumis l'actionneur.

Q8. Exprimer l'impédance équivalente à l'association série (R_m , L_m et C_m) notée \underline{Z}_m .

Q9. Montrer que l'impédance équivalente à l'actionneur piézo-électrique notée \underline{Z} peut se mettre sous la forme :

$$\underline{Z} = \frac{C_m}{C_p + C_m} \frac{R_m + j \left(L_m \omega - \frac{1}{C_m \omega} \right)}{1 + j R_m \frac{C_p \cdot C_m}{C_p + C_m} \omega + j^2 L_m \frac{C_p \cdot C_m}{C_p + C_m} \omega^2}$$

Le choix et le contrôle de la fréquence de fonctionnement sont cruciaux pour un actionneur piézo-électrique. En effet, à certaines fréquences, l'amplitude du courant engendré ou encore de la tension provoquée à ses bornes selon le mode de filtrage envisagé, peut s'avérer très importante et destructrice pour les éléments structurels du modulateur de puissance, voire pour l'actionneur lui-même. Pour la question qui suit on peut négliger la résistance $R_m = 0 \Omega$.

Q10. Exprimer la pulsation de résonance, notée ω_r (résonance série qui est définie pour la partie imaginaire du numérateur de \underline{Z} nulle) et la pulsation d'antirésonance notée ω_a (résonance parallèle définie pour le dénominateur de \underline{Z} nul). Expliquer succinctement le comportement de l'actionneur piézo-électrique à ces pulsations et les précautions à prendre en compte dans ces deux cas pour le choix de la fréquence de commande de l'onduleur.

On a consigné (**figure 10**) le diagramme de Bode qui représente l'admittance de l'actionneur piézo-électrique $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$.

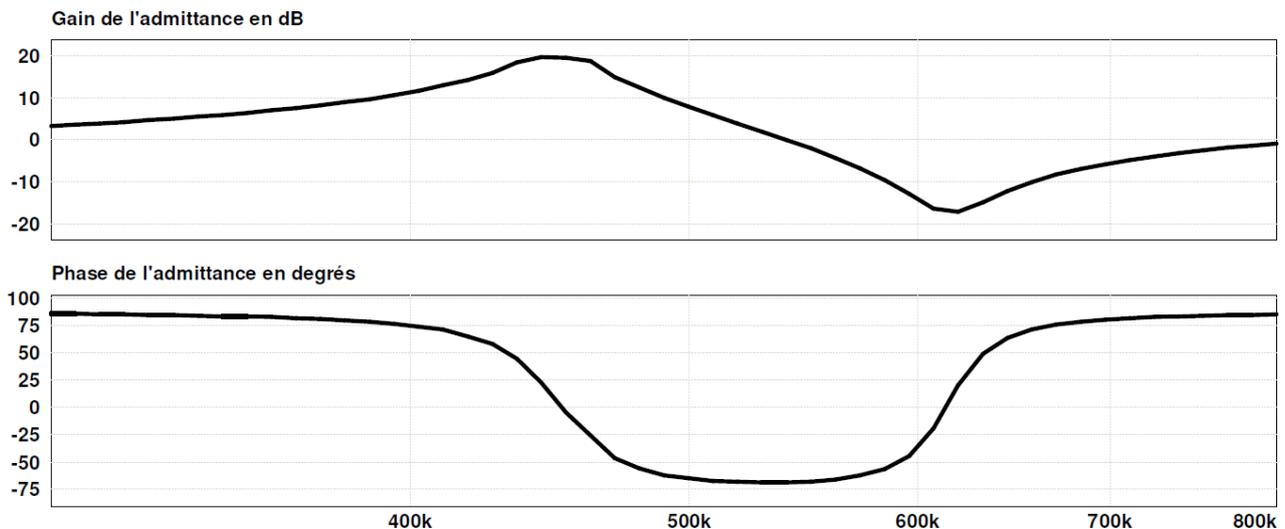


Figure 10 - Courbe de gain et de phase de l'admittance de l'actionneur piézo-électrique en fonction de la fréquence en Hz

Q11. En vous appuyant sur le document technique du piézo-électrique (**annexe 1**), analyser la capacité du modèle à traduire les caractéristiques principales de l'actionneur.

1.5 - Étude de l'onduleur et de sa stratégie de commande

Cette sous-partie vise à justifier la stratégie mise en œuvre pour délivrer une tension à l'actionneur piézo-électrique, dont la forme d'onde est optimale du point de vue spectral afin de faciliter son asservissement ainsi que son filtrage. On admettra que la valeur efficace de la tension du premier harmonique ne doit pas excéder 5 % de la valeur efficace de l'onde fondamentale.

L'actionneur piézo-électrique est alimenté par un onduleur à deux bras dont le rendement est unitaire. La structure du convertisseur est représentée **figure 11** :

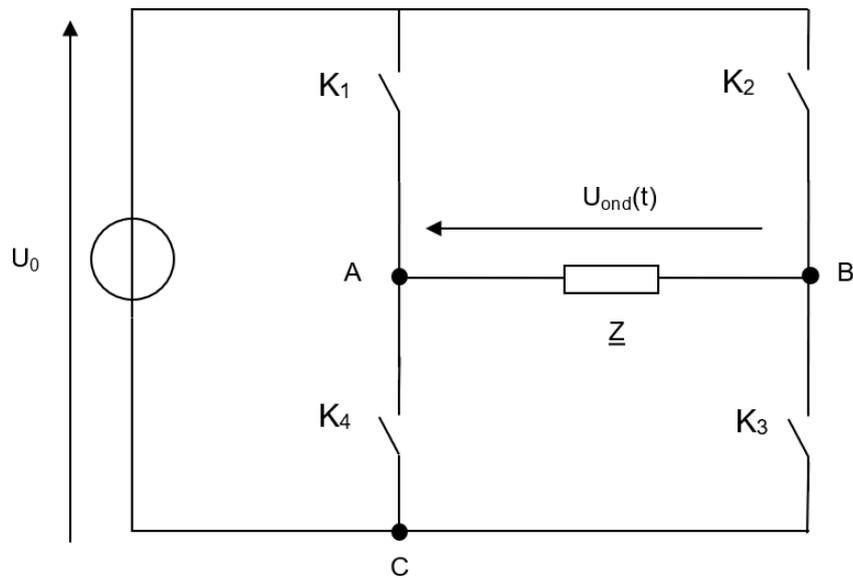


Figure 11 - Schéma de principe de la structure du convertisseur

Les interrupteurs K_1 et K_3 sont commandés par le signal nommé fonction de connexion f_{c1} et les interrupteurs K_2 et K_4 par un signal nommé fonction de connexion f_{c2} . Ces fonctions exprimées sur un bit sont des variables booléennes, elles peuvent prendre soit la valeur 0, soit la valeur 1. Lorsque la fonction de connexion est égale à 1, l'interrupteur associé est fermé et lorsque la fonction de connexion est égale à 0, l'interrupteur associé est ouvert.

Q12. Compléter le tableau du **DR** en précisant quelles sont les combinaisons autorisées à l'aide d'une croix dans ce fonctionnement sachant que le courant est ininterrompu dans la charge. Préciser les états des interrupteurs fermés ou ouverts et les valeurs de $u_{ond}(t)$, de $v_{AC}(t)$ et de $v_{BC}(t)$ pour les combinaisons autorisées.

Q13. Pour une commande pleine onde, représenter l'allure de la tension délivrée à l'actionneur sur le **DR**.

La tension délivrée par l'onduleur dans le cas de cette commande pleine onde est décomposable en une série de Fourier :

$$u_{ond}(t) = \frac{4U_0}{\pi} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{2p+1} \sin((2p+1)\omega_0 t) ,$$

où ω_0 est la pulsation de l'onduleur.

Q14. Déterminer l'expression de la tension pour l'onde fondamentale, puis en déduire la valeur de U_0 de la source continue si on souhaite une valeur efficace de l'onde fondamentale égale à 75 Volts. On prendra pour l'application numérique : $\pi = 3,2$ et $2\sqrt{2} = 3$.

Q15. Déterminer la valeur efficace de l'harmonique de rang 3 et sa valeur relative à la valeur efficace de l'onde fondamentale. Conclure sur la qualité de l'onde délivrée à l'actionneur et sur la performance de cette stratégie de commande.

On souhaite améliorer la forme d'onde délivrée à l'actionneur piézo-électrique, ce qui revient à rapprocher l'onde délivrée à l'actionneur d'une onde sinusoïdale. Pour ce faire, le filtre de sortie intègre une inductance en série avec l'actionneur piézo-électrique (**figure 12**) qui participe ainsi à l'opération de filtrage de la tension délivrée par l'onduleur. On admet un comportement purement capacitif de l'actionneur piézo-électrique autour de la fréquence de résonance.

On assimile l'impédance de l'actionneur piézo-électrique à : $Z_p = \frac{1}{jC_{eq} \cdot \omega}$ avec $\omega = (2p + 1) \cdot \omega_0$ où p est un entier naturel.

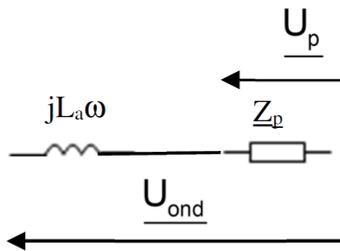


Figure 12 - Schéma structurel du filtre

Le filtre devra atténuer le rang 3, soit $p = 1$ de U_{ond} d'un gain d'au moins 40 dB.

Q16. Exprimer la fonction de transfert en régime harmonique $T_f(j\omega) = \frac{U_p}{U_{ond}}$.

Montrer que $L_a \geq \frac{101}{C_{eq} \cdot 9 \cdot \omega_0^2}$. Conclure sur le dimensionnement de L_a .

I.6 - Étude de la stratégie de commande en MLI

Afin d'améliorer l'efficacité de l'opération de filtrage et de rapprocher l'allure de la tension délivrée à l'actionneur d'une onde sinusoïdale et, de surcroît, de recourir à une inductance plus faible de filtrage, on propose de commander l'onduleur avec une stratégie de commande dénommée MLI (modulation de largeur d'impulsion).

La tension du bras 1 de l'onduleur $v_{AC}(t)$ est pilotée par un rapport cyclique noté α_{c1} . Il en est de même pour le bras 2 qui est piloté par un rapport cyclique α_{c2} . Ces rapports cycliques sont respectivement liés aux fonctions de connexion f_{c1} et f_{c2} .

La fonction de connexion f_{c1} est générée par la comparaison d'un signal appelé modulante $v_{mod}(t)$ avec un signal appelé porteuse $v_p(t)$ (figure 13).

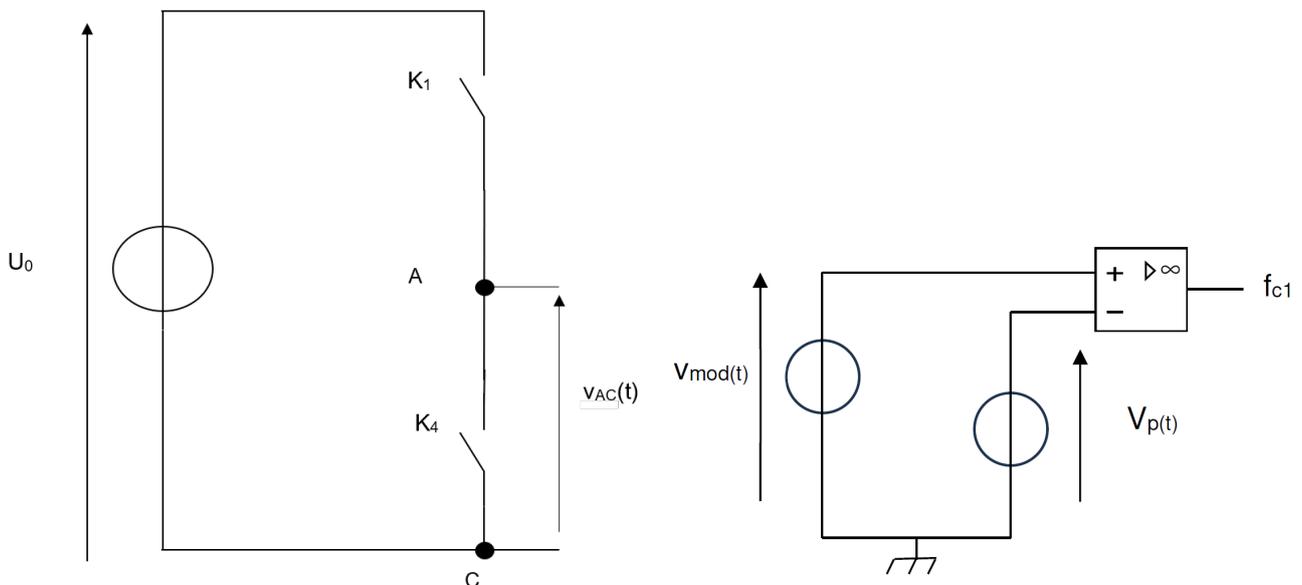


Figure 13 - Schéma de principe d'un bras de commutation du convertisseur à gauche et de la génération de f_{c1} à droite

Lorsque $v_{\text{mod}}(t) > v_p(t)$, on a $f_{c1} = 1$ et lorsque $v_{\text{mod}}(t) < v_p(t)$, on a $f_{c1} = 0$. On a consigné sur la **figure 14** les allures des deux signaux.

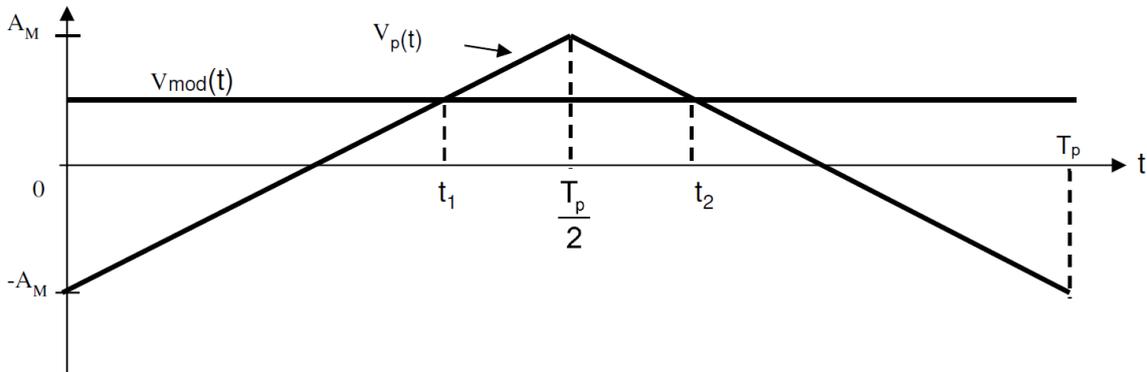


Figure 14 - Courbe de $v_p(t)$ et de $v_{\text{mod}}(t)$

Q17. Représenter l'allure de l'évolution temporelle de la fonction de connexion f_{c1} , puis en déduire l'allure de $v_{AC}(t)$ sur l'intervalle de temps donné.

Pour des raisons de symétrie, on a $\alpha_{c1}(t) = \frac{t_1}{T_p/2}$.

Q18. Montrer que le rapport cyclique s'exprime de la manière suivante : $\alpha_{c1}(t) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v_{\text{mod}}(t)}{A_M} \right)$, puis exprimer la valeur moyenne de $v_{AC}(t)$ notée $\langle v_{AC}(t) \rangle$.

Q19. En tenant compte des relations $u_{\text{ond}}(t) = v_{AC}(t) - v_{BC}(t)$ et $f_{c1}(t) + f_{c2}(t) = 1$, montrer que :

$$\langle u_{\text{ond}}(t) \rangle = \frac{U_0}{A_M} \cdot v_{\text{mod}}(t).$$

Dans la stratégie dite de la modulation sinusoïdale naturelle, la tension $v_{\text{mod}}(t)$ est une tension sinusoïdale régie par l'équation suivante : $v_{\text{mod}}(t) = V_M \cdot \sin(\omega_O \cdot t)$.

Pour $A_M = 1$ Volt, on impose V_M inférieure ou égale à 1 Volt, pour éviter les problèmes de surmodulation (étalement spectral vers les basses fréquences de modulation qui détériorent la qualité du filtrage). Un exemple d'allure est donné en **figure 15** :

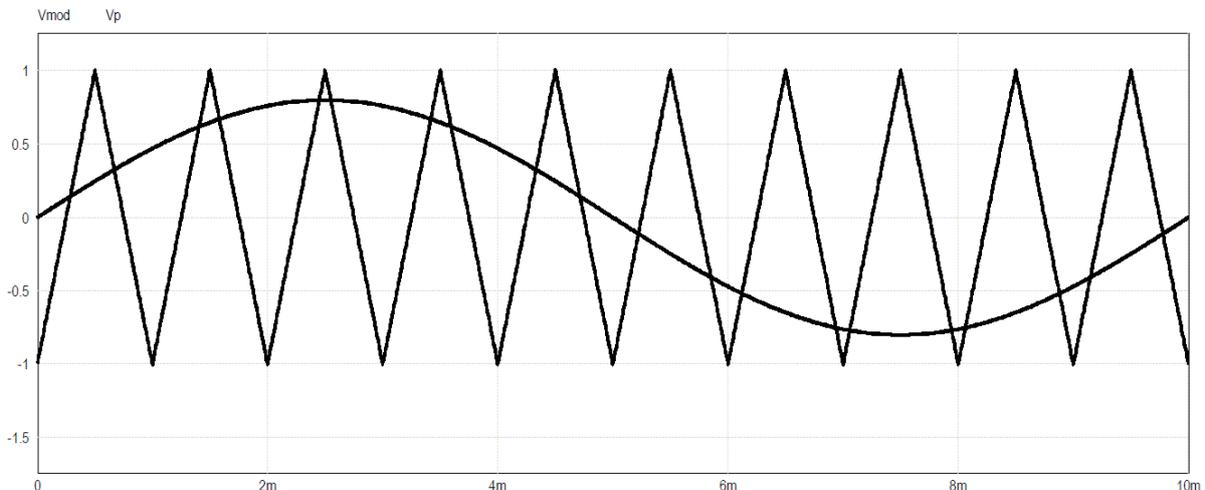


Figure 15 - Allure de $v_p(t)$ et de $v_{\text{mod}}(t)$

Q20. Comment évolue la valeur moyenne de la tension délivrée par l'onduleur ? Quelle valeur doit-on attribuer à U_0 (la tension continue qui alimente l'onduleur) pour obtenir une tension efficace de l'onde fondamentale à 75 Volts avec $V_M = 1$ Volt ?

Pour illustrer les performances de cette stratégie, on a consigné (**figure 16**) l'allure du spectre de la tension délivrée par l'onduleur.

Q21. Expliquer l'intérêt d'une stratégie en MLI (dans le cas présent, une commande unipolaire) en vous appuyant sur le spectre de la tension fournie sachant que le filtre constitué par l'actionneur piézo-électrique et l'inductance additionnelle est un filtre passe-bas d'ordre 2.

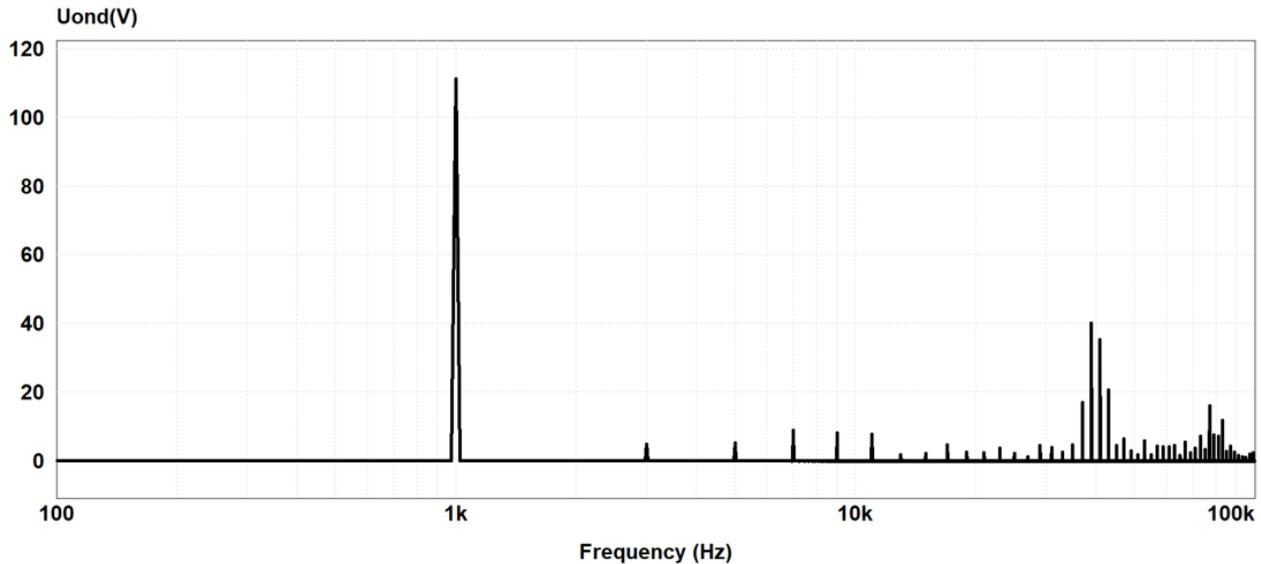


Figure 16 - Allure du spectre en amplitude de la tension délivrée par l'onduleur (échelle logarithmique)

Q22. À partir de la **figure 16**, préciser la fréquence de la modulante f_0 . Estimer la valeur efficace de l'onde fondamentale appliquée à l'actionneur piézo-électrique. Quelles sont les valeurs des plus fortes amplitudes des harmoniques centrées autour de 40 kHz après filtrage si le filtre atténue de 40 dB cette fréquence ?

Q23. Conclure sur les avantages et inconvénients des deux stratégies de commande (pleine onde et MLI naturelle), du point de vue du dimensionnement de la source continue et du filtrage.

I.7 - Étude de l'association du transformateur, du redresseur et du filtre

Dans cette sous-partie, on cherche à justifier et à caractériser les éléments structurels (**figure 8** et **figure 17**) qui concourent à la réalisation du bus continu qui alimente l'onduleur. La valeur de la tension du bus continu sera fixée à 120 volts pour permettre à l'onduleur une variation de la valeur efficace de la tension de sortie de 0 à 75 Volts, requise par l'actionneur piézo-électrique avec une marge de sécurité pour tenir compte des différentes chutes de tension qui ont été négligées. La valeur moyenne après filtrage est confondue avec la valeur du bus continu.

La tension d'entrée de l'onduleur est délivrée par l'association en cascade du transformateur considéré parfait, d'un pont de diodes et d'un filtre passif.

$u_e(t) = E \sqrt{2} \sin(\omega_e t)$, avec $\omega_e = \frac{2\pi}{T_e} = 2\pi F_e$. T_e et F_e sont respectivement la période et la fréquence de $u_e(t)$. E est la valeur efficace de la tension délivrée par le transformateur à partir de la tension du réseau.

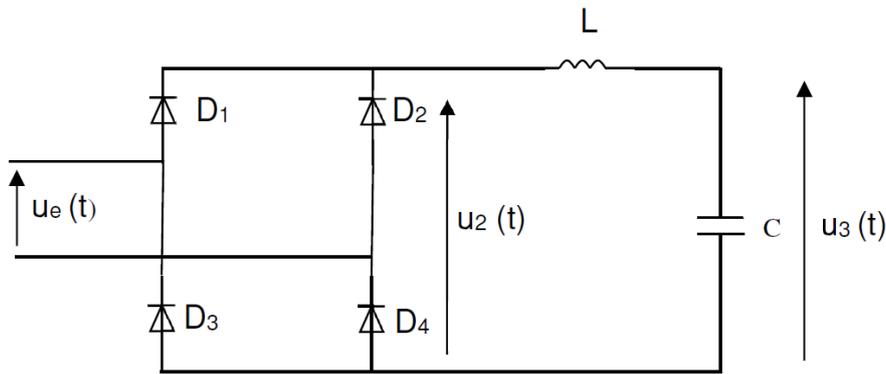


Figure 17 - Schéma structurel du bloc fonctionnel 1

On admet que l'intensité du courant délivrée par le pont de diodes est ininterrompue.

Le rendement du pont de diodes est unitaire.

- Q24.** Représenter l'allure des tensions $u_e(t)$ et $u_2(t)$. Préciser quelles sont les diodes passantes de 0 à $\frac{T_e}{2}$ et de $\frac{T_e}{2}$ à T_e , où T_e est la période de la tension d'entrée $u_e(t)$ du pont de diodes.
- Q25.** Exprimer, puis calculer la valeur moyenne de $u_2(t)$ notée $\langle u_2 \rangle$. En déduire la valeur de E et le rapport de transformation m du transformateur que l'on considère parfait. La valeur efficace de la tension du réseau est $V_r = 230$ V.
- Q26.** En vous appuyant sur le comportement asymptotique du module des impédances de l'inductance et du condensateur en haute et basse fréquences, compléter le tableau du **DR**, puis conclure sur le type de filtre réalisé par l'association L et C .

I.8 - Étude de l'asservissement de la tension aux bornes de l'actionneur

Dans cette sous-partie, le but est de vérifier que la solution mise en œuvre permet de garantir le contrôle de la valeur efficace de la tension délivrée à l'actionneur.

Sachant que le déplacement de l'actionneur piézo-électrique est fortement lié à la tension d'alimentation présente à ses bornes, l'asservissement de la tension est un aspect important. En effet, une modification de la fréquence de résonance peut entraîner une variation de la tension aux bornes de l'actionneur. Pour contrer cette variation, on met en place un asservissement dont l'architecture est représentée sur la **figure 18** :

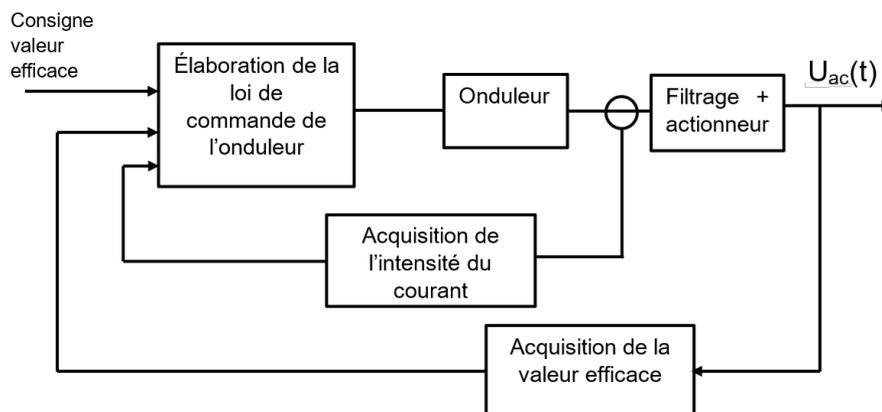


Figure 18 - Synoptique de l'asservissement de tension de l'actionneur piézo-électrique

Dans un premier temps, on modélise l'actionneur piézo-électrique afin de montrer la nécessité de

recourir à un asservissement/régulation. Dans un deuxième temps, on met en œuvre des boucles fermées dont les performances seront à déterminer.

On considère le fonctionnement autour d'un point stable caractérisé par une tension efficace aux bornes de l'actionneur égale à 50 Volts. On admet que le fonctionnement de l'onduleur est aux valeurs moyennes instantanées réduites à l'onde fondamentale, ce qui permet de transformer le modèle commuté en modèle moyen du domaine linéaire. La tension " moyenne instantanée " réduite au fondamental délivrée par l'onduleur est :

$$\langle u_{\text{ond}} \rangle (t) = \frac{V_{\text{mod}} \cdot U_0 \cdot \sqrt{2}}{A_M} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$$

avec V_{mod} la tension efficace de commande de l'onduleur. L'acquisition des valeurs efficaces se fera de manière instantanée. On note p la variable de Laplace avec $p = j \cdot \omega$ où $j^2 = -1$ et ω est la pulsation.

Afin de simplifier l'étude et d'aboutir à une modélisation de l'actionneur adaptée à l'utilisation, une analyse fréquentielle est menée. Les résultats sont consignés dans un diagramme de Bode qui représente l'admittance de l'actionneur $\underline{Y} = \frac{I_{ac}}{U_{ac}}$ pour deux plages de fréquences à la **figure 19**.

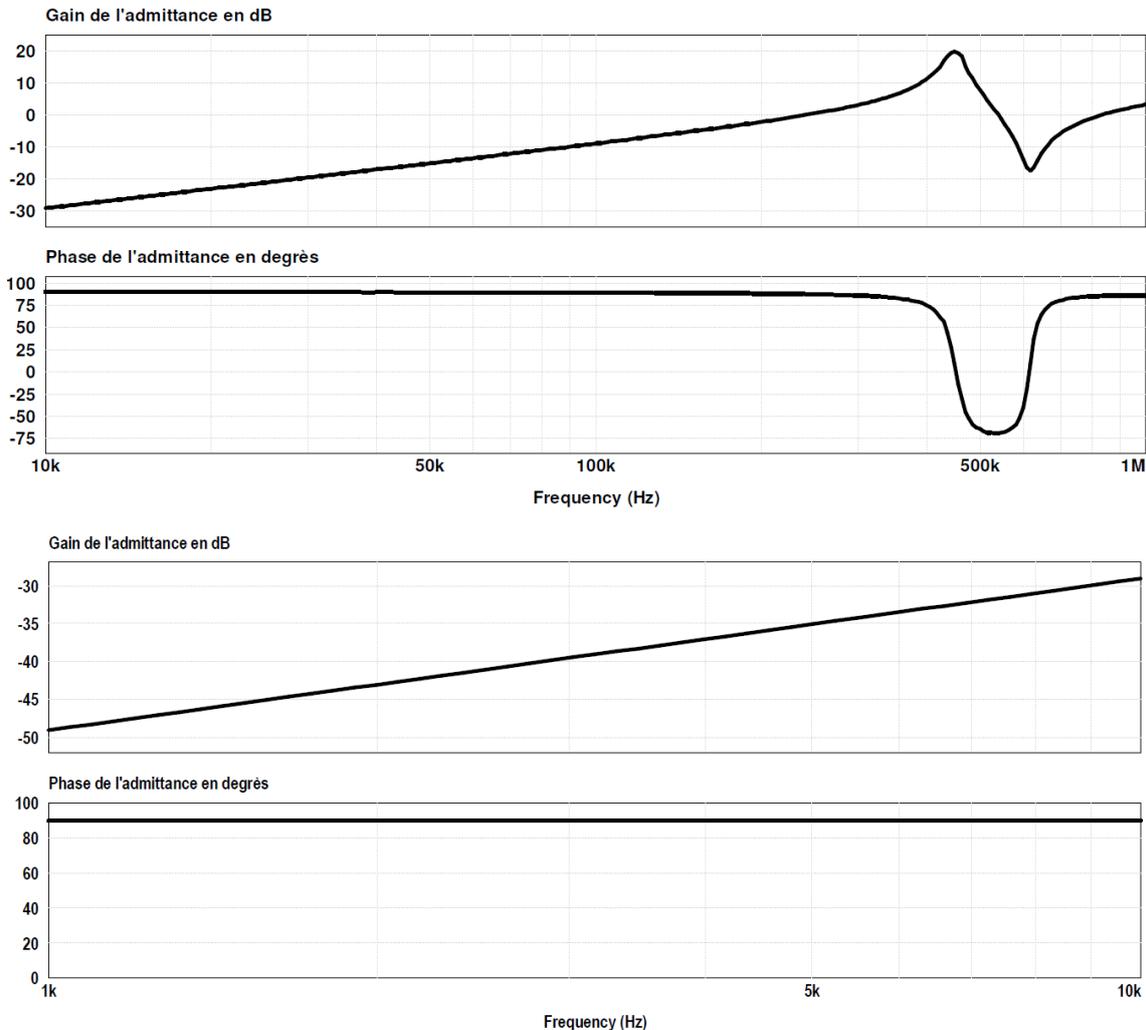


Figure 19 - Diagrammes de Bode de l'admittance de l'actionneur dans la plage de fréquence utile

Afin de s'affranchir des phénomènes de résonance et d'anti-résonance, mais aussi de répondre au

besoin en vibration du diapason, la fréquence de l'onduleur est fixée à $f_O = 1\,350$ Hz. On admettra qu'à -40 dB, on a une fréquence de $3\,000$ Hz.

Q27. En analysant le comportement de l'actionneur en basse fréquence, montrer que ce dernier peut être modélisé par $\underline{Y}(j\omega) = jK_{ac} \cdot \omega$ où K_{ac} est une constante à déterminer. Calculer K_{ac} .

On admet pour la suite que $K_{ac} = 500 \cdot 10^{-9}$ F (homogène à la capacité d'un condensateur).

L'actionneur ainsi modélisé est inséré en série avec une inductance de filtrage L_f (**figure 20**).

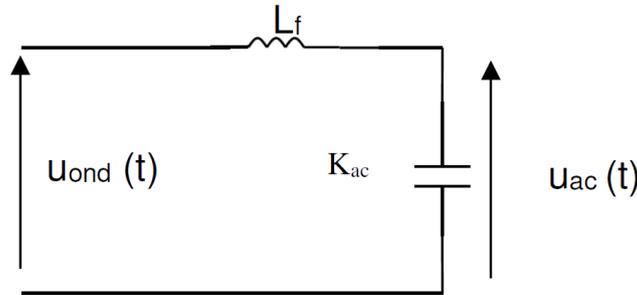


Figure 20 - Schéma structurel de l'actionneur associé à son inductance de filtrage

Q28. Écrire l'équation différentielle qui régit $u_{ac}(t)$. Montrer alors que dans les conditions d'Heaviside la fonction de transfert dans le domaine de Laplace s'écrit :

$$H_{fac}(p) = \frac{U_{ac}(p)}{U_{\text{ond}}(p)} = \frac{1}{1 + L_f \cdot K_{ac} \cdot p^2}.$$

Q29. Sachant que la forme canonique d'un second ordre est la suivante :

$$H_{fac}(p) = \frac{H_{fac0}}{1 + 2 \cdot z \cdot \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

avec z le coefficient d'amortissement et ω_n la pulsation naturelle, conclure en caractérisant la réponse du filtre à un échelon de tension (critique, hypercritique, pseudo-oscillatoire ou oscillatoire).

La charge mécanique peut provoquer une variation d'un ou de plusieurs paramètres de l'actionneur (R , L_s , C_s et C_p), ces variations sont traduites par une variation de K_{ac} . Le module de la fonction de transfert est :

$$\left| \underline{H}_{fac}(j\omega) \right| = \left| \frac{\underline{U}_{ac}}{\underline{U}_{\text{ond}}} \right| = \frac{1}{|1 - L_f \cdot K_{ac} \cdot \omega^2|}.$$

On admettra que $L_f \cdot \omega_O^2 = 10^6$ H \cdot rad² \cdot s⁻².

Q30. Calculer le module pour les deux valeurs : $K_{ac} = 500 \cdot 10^{-9}$ F et $K_{ac} = 700 \cdot 10^{-9}$ F.

En déduire pour chacune de ces deux valeurs, la valeur efficace de $u_{ac}(t)$ lorsque la valeur efficace en sortie de l'onduleur vaut $U_{\text{ond}} = 50$ V, puis conclure sur la nécessité d'agir sur la commande de l'onduleur pour ajuster la valeur efficace de $u_{ac}(t)$ à la valeur désirée.

Afin de mettre en place une stratégie qui permettrait de contrer la baisse ou la hausse de tension provoquée par la variation de K_{ac} et de ne pas avoir à faire varier le paramètre interne K_{ac} du modèle,

on envisage la valeur de K_{ac} fixe autour d'un point de repos, et la tension affectée d'une perturbation de tension modélisée (**figure 21**).

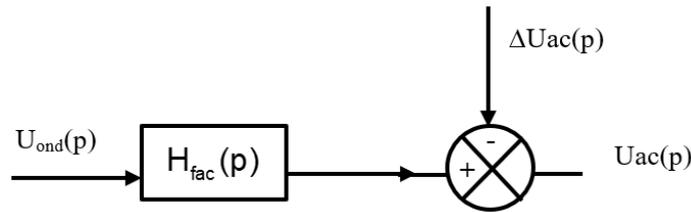


Figure 21 - Schéma-blocs du convertisseur en boucle ouverte

L'onduleur est modélisé par un coefficient d'amplification K_O . Le schéma-blocs de l'asservissement est donné en **figure 22**.

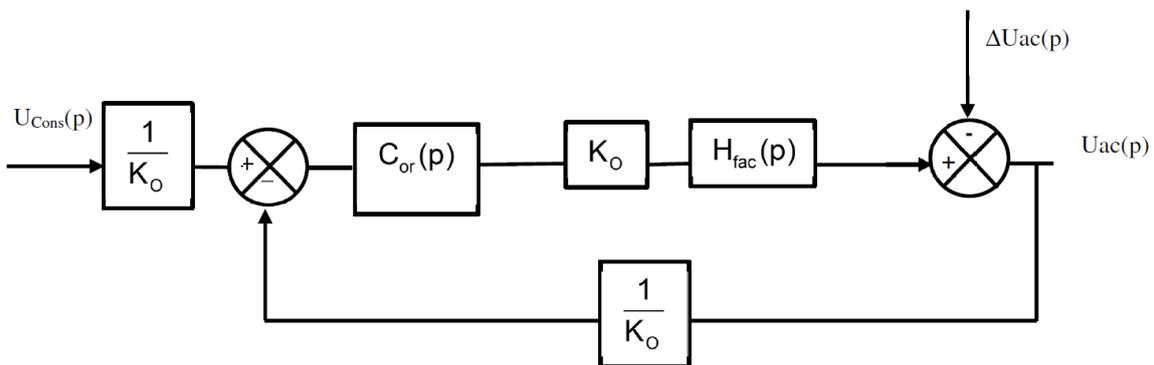


Figure 22 - Schéma-blocs de l'asservissement de la valeur efficace

Pour prendre en compte la consommation en Watts de l'actionneur piézo-électrique, une résistance est introduite dans le modèle de l'actionneur, cette dernière modifie la fonction de transfert de la manière suivante :

$$H_{fac}(p) = \frac{1}{1 + 10^{-6}p + 6\,950 \cdot 10^{-12}p^2}.$$

On montre qu'en mode régulation avec un correcteur proportionnel de coefficient K_p :

$$U_{ac}(p) = -\frac{1 + 10^{-6}p + 6\,950 \cdot 10^{-12}p^2}{1 + K_p + 10^{-6}p + 6\,950 \cdot 10^{-12}p^2} \cdot \Delta U_{ac}(p).$$

Q31. Calculer en régime permanent la baisse de tension engendrée pour un échelon de 20 V de perturbation ($\Delta U_{ac}(p)$) et un coefficient $K_p = 4$.

On cherche à cerner l'aptitude du système à répondre à une variation de la consigne, ce qui revient à étudier le comportement en mode asservi (soit $\Delta U_{ac}(p) = 0$).

De surcroît, on envisage le fonctionnement dans le cas le plus critique du modèle, à savoir un coefficient d'amortissement nul. Ce qui conduit à :

$$H_{fac}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p^2}{\omega_{nf}^2}}.$$

I.9 - Correction proportionnelle et proportionnelle intégrale

On considère un correcteur proportionnel K_p .

Q32. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, puis conclure sur l'efficacité de cette correction.

On définit la pulsation réduite de l'onduleur associé au filtre par $X = \frac{\omega}{\omega_{nf}}$. On donne $H_{fac}(X) = \frac{1}{1 - X^2}$, où ω_{nf} est la pulsation naturelle du filtre.

On met en place un correcteur $Cor(p)$ Proportionnel Intégral (PI), en escomptant une erreur statique nulle et une stabilisation en boucle fermée du système :

$$Cor(p) = K_p \frac{1 + T_i p}{T_i p}$$

On pose $\omega_i = \frac{1}{T_i} = \beta \cdot \omega_{nf}$. On montre alors que la fonction du système en boucle ouverte en mode

asservi s'exprime par : $H_{BO}(jX) = \frac{1}{1 - X^2} \cdot K_p \frac{1 + j\frac{X}{\beta}}{j\frac{X}{\beta}}$.

Q33. Pour $\beta = 0,5$ et $\beta = 2$, représenter le diagramme de phase asymptotique du système en boucle ouverte, puis conclure sur le risque d'instabilité d'une telle correction.

Afin de s'affranchir d'un risque d'instabilité, on met en place une boucle interne de courant (**figure 23**) où K_{int} est le coefficient de réglage de la chaîne d'intensité. On a $\omega_{nf} = 12\,000 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

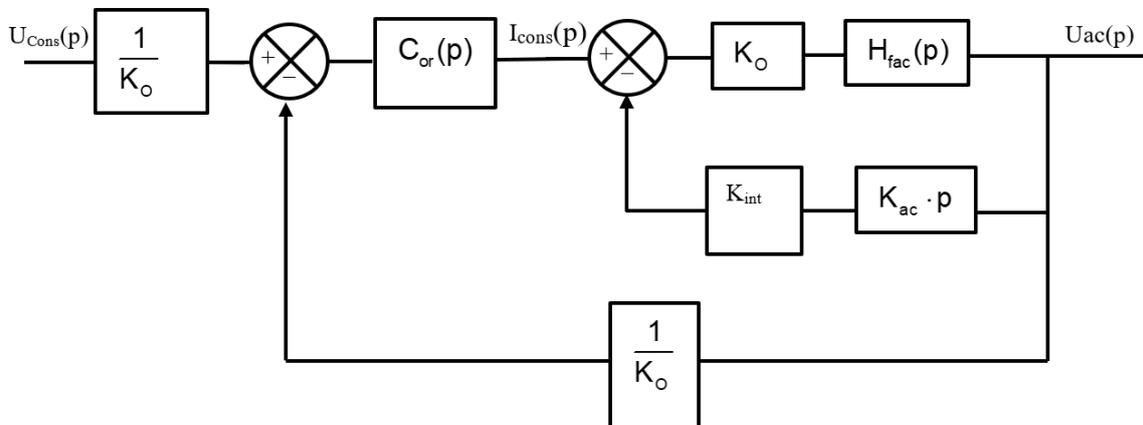


Figure 23 - Schéma-blocs avec boucle interne de courant

Q34. Donner la fonction de transfert de la boucle interne de courant $H_{int} = \frac{U_{ac}(p)}{I_{cons}(p)}$. En déduire que cette solution permet de ramener le système à un second ordre stabilisé. Exprimer, puis calculer K_{int} afin d'obtenir un coefficient d'amortissement noté $z = 1$. On prendra $2\sqrt{2} \approx 2,8$, $K_O = \frac{120}{\sqrt{2}}$ et $K_{ac} = 500 \cdot 10^{-9} \text{ F}$.

Une simulation de l'ensemble {onduleur + filtre + actionneur} et des différentes boucles d'asservissement a été réalisée.

La consigne est réglée pour obtenir une valeur efficace de 60 V aux bornes de l'actionneur.

Q35. Analyser l'évolution (**figure 24**) de la valeur efficace (amplitude, régime, stabilité et allure) lors d'une variation de type échelon de la consigne (à $t = 0,15$ s) et d'une perturbation de type échelon (à $t = 0,25$ s), puis conclure.

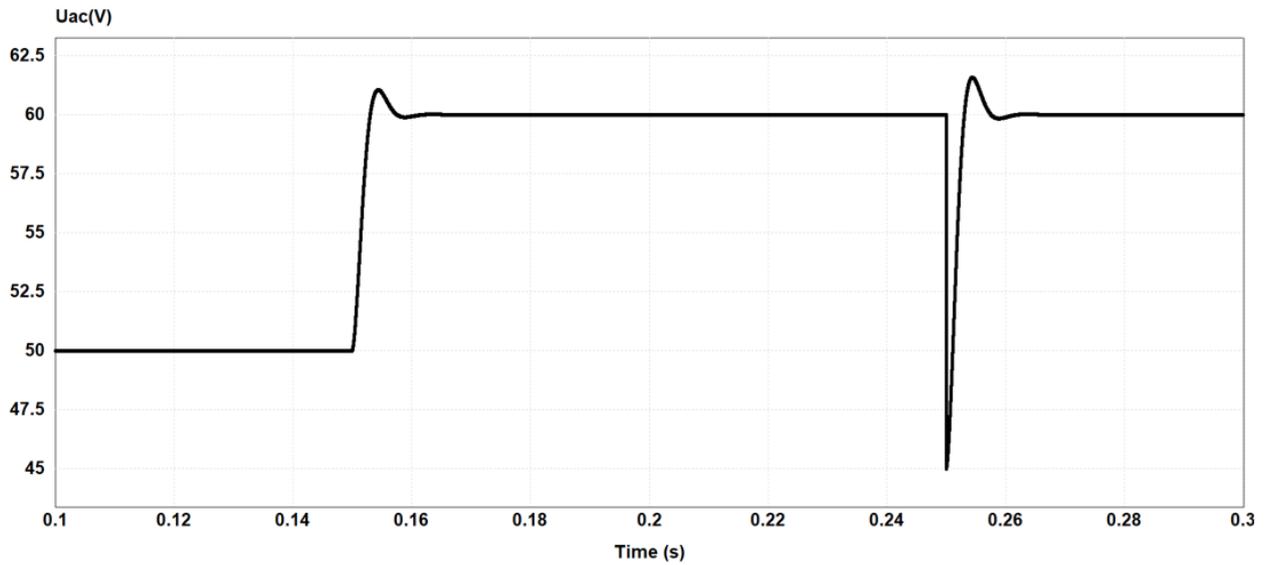


Figure 24 - Résultat de la simulation du modèle linéaire avec acquisition instantanée de la valeur efficace

I.10 - Récupération de la donnée fréquentielle d'oscillation au niveau du diapason

Afin d'avoir une vibration du diapason asservie, une boucle à phase asservie (ou boucle à verrouillage de phase) a été mise en place. Cette technique nécessite de mesurer la fréquence d'oscillation en sortie du système (ici au niveau du diapason). Nous nous intéresserons dans la suite de ce sujet uniquement à la récupération d'un signal numérique bruité et comment le filtrer numériquement. Les données disponibles sont sous forme de listes (L pour l'accélération selon \vec{y} et L temps pour le temps).

La fréquence de vibration du diapason est obtenue à partir des signaux fournis par un accéléromètre.

Le diapason vibre selon la direction \vec{y} au cours du temps, l'évolution temporelle de la position d'un point M du diapason selon \vec{y} est donc de la forme :

$$y_M(t) = y_0 \times \sin(\omega_{\text{oscillation}}t) \quad \text{avec : } \omega_{\text{oscillation}} = 2\pi f_{\text{oscillation}}$$

Q36. Donner l'expression de l'accélération linéaire $\frac{d^2 y_M}{dt^2}(t)$ de ce point M selon \vec{y} , en fonction de y_0 , $f_{\text{oscillation}}$ et de t . En déduire la relation liant $\frac{d^2 y_M}{dt^2}(t)$ et y_M . Que peut-on en conclure sur leurs fréquences d'oscillation temporelle ?

La mesure seule de l'accélération permet de remonter à la fréquence d'oscillation du diapason. Cependant, le signal mesuré est bruité comme on peut le voir en **figure 25**.

Soit une liste L2 dont chaque valeur vaut la moyenne des 20 valeurs prises avant l'indice i de la liste L.

$$\frac{\text{si } i < 19}{L2[i] = \frac{1}{(i+1)} \sum_{k=0}^i L[k]} \quad \left| \quad \frac{\text{si } i \geq 19}{L2[i] = \frac{1}{20} \sum_{k=i-19}^i L[k]}$$

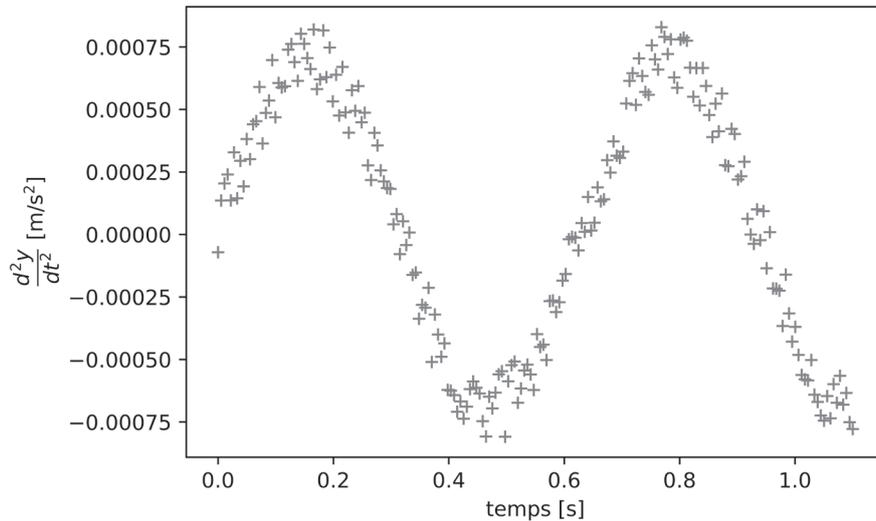


Figure 25 - Signal renvoyé par l'accéléromètre

```
def moyenne_glissante(L):
    N,n,res = len(L),20,[]
    for i in range(N):
        li = 0
        if i < n-1:
            for k in range(i+1):
                li = li+L[k]
            li = li/(i+1)
        else:
            ### A compléter ###
    return res
```

Q37. Compléter la fonction Python `moyenne_glissante(L)` permettant de filtrer par moyenne glissante le signal de position temporelle `L` avec la méthode proposée ci-dessus.

Il faut désormais trouver une fonction sinusoidale modélisant au mieux la position temporelle afin de remonter à la fréquence d'oscillation. On veut mettre en place une fonction `moindre_carre` qui utilise la fonction `moyenne_glissante(L)` définie précédemment et qui renvoie les deux paramètres optimaux e_0 et ω .

La méthode des moindres carrés consiste à déterminer la fonction $f(e_0, \omega, t) = e_0 \times \sin(\omega t)$ qui minimise la somme quadratique des déviations des valeurs exactes donnée par la fonction idéale $f(e_0, \omega, t)$ et des valeurs expérimentales de la liste `L2`. Les paramètres (e_0, ω) optimaux au sens de la méthode des moindres carrés sont ceux qui minimisent la quantité :

$$\text{cout}(e_0, \omega, L2, L\text{temps}) = \sum_{i=0}^{N-1} (L2[i] - e_0 \times \sin(\omega \times L\text{temps}[i]))^2 = \sum_{i=0}^{N-1} r_i^2(e_0, \omega, L2[i], L\text{temps}[i]),$$

avec : $N = \text{len}(L2)$

où les $r_i(e_0, \omega, L2[i], L\text{temps}[i])$ sont les résidus au modèle, *i.e.* les écarts entre les points expérimentaux `L2` et ceux donnés par le modèle $f(e_0, \omega, t)$.

$\text{cout}(e_0, \omega, L2, L\text{temps})$ peut être considéré comme une mesure de la distance entre les données calculées exactes et le modèle approché qui prédit ces données. La prescription des moindres carrés commande que cette distance soit minimale.

Q38. Écrire la fonction `cout(e0, omega, L2, Ltemps)` qui renvoie la somme des résidus au modèle, tel que défini ci-avant.

Q39. Écrire la fonction `moindre_carre(L,Ltemps, e0, omega)` qui réutilise les fonctions définies précédemment en prenant en entrée une liste de données brutes, qui la lisse par la méthode de la moyenne glissante sur 20 points, puis qui renvoie l'écart entre une fonction théorique $f(e_0, \omega, t)$ et la liste de données filtrée.

Il suffit ensuite de dériver cette fonctionnelle par rapport aux inconnues e_0 et ω pour obtenir un système d'équations à résoudre de manière à calculer les paramètres optimaux. Ce n'est pas l'objet de cette sous-partie.

Partie II - Vérification des dimensionnements en vitesse et en effort des moteurs de mise en translation

Cette partie vise à déterminer la relation déplacements/efforts et à dimensionner en vitesse et en effort le moteur.

Vitesse selon les directions \vec{x} et \vec{y} : $100 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Vitesse selon la direction \vec{z} : $500 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Les déplacements s'effectuent selon trois directions. Pour le déplacement selon la direction \vec{z} , c'est la micropipette qui translate, pour les déplacements selon les directions \vec{x} et \vec{y} , c'est le plateau qui translate.

L'objectif de cette partie est de déterminer le couple moteur nécessaire pour respecter le profil de vitesse du cahier des charges. Pour cela, il est nécessaire au préalable de calculer le moment d'inertie équivalent du système lors d'un déplacement selon \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} (**figure 26**) ramené sur l'arbre moteur. Pour simplifier le système, le même moteur sera utilisé pour chaque axe de translation.



Figure 26 - Définition des directions d'une base liée à la machine

Le schéma cinématique de la mise en mouvement dans la direction \vec{z} (**figure 27**) permet de vérifier le dimensionnement du moteur. Les figures géométrales associées au schéma cinématique du système sont représentées sur la **figure 28**.

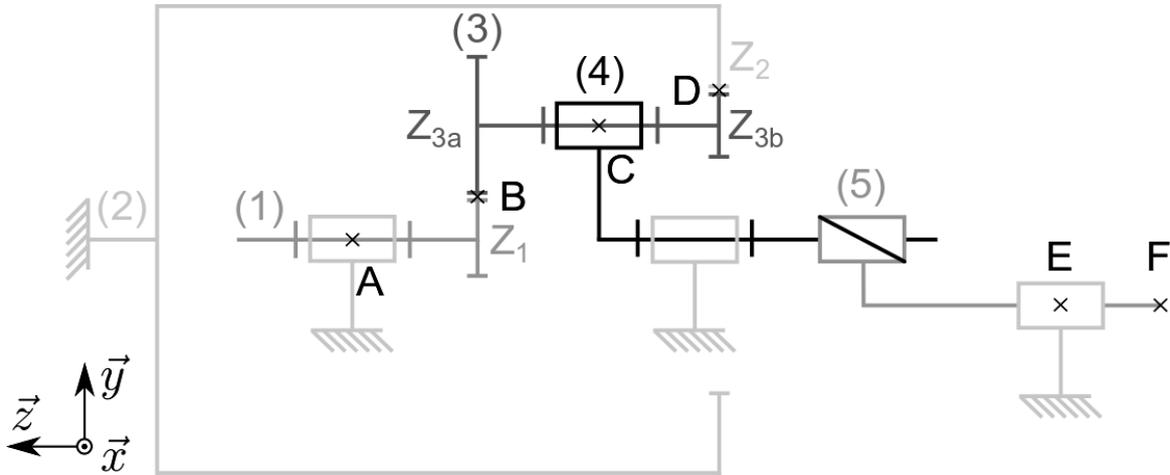


Figure 27 - Schéma cinématique de la mise en mouvement de la direction \vec{z}

Voici les figures géométrales associées au schéma cinématique du système (**figure 28**) :

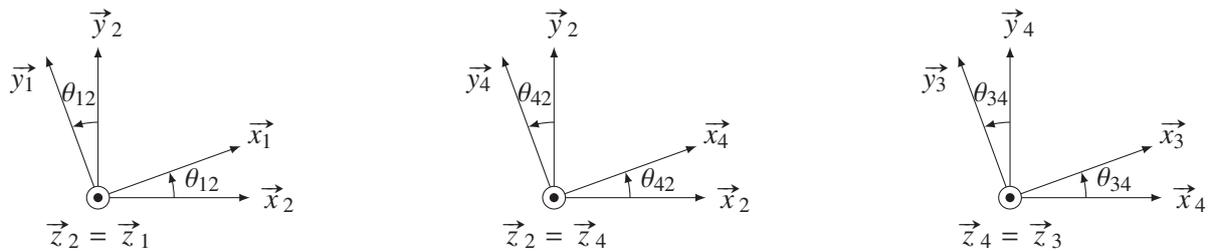


Figure 28 - Figures géométrales de changement de base du système

Les caractéristiques de chaque élément sont données ci-dessous :

- (1) : le rotor du moteur de masse négligeable, de centre de gravité A et de matrice d'inertie

$$I_1 = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} ;$$

- (2) : le planétaire extérieur en liaison encastrement avec le stator du moteur et le bâti du système, de masse m_2 et de matrice d'inertie $I_2 = \begin{pmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{pmatrix}_{A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} ;$

- (3) : le satellite, de masse négligeable et de matrice d'inertie $I_3 = \begin{pmatrix} A_3 & -F_3 & -E_3 \\ -F_3 & B_3 & -D_3 \\ -E_3 & -D_3 & C_3 \end{pmatrix}_{C, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} ;$

- (4) : le porte satellite, de masse et d'inertie négligeables ;

- (5) : l'écrou, de pas $p_{\text{écrou}}$, de masse m_5 , de centre de gravité F et de matrice d'inertie

$$I_5 = \begin{pmatrix} A_5 & -F_5 & -E_5 \\ -F_5 & B_5 & -D_5 \\ -E_5 & -D_5 & C_5 \end{pmatrix}_{F, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} .$$

On donne les composantes des vecteurs suivants :

$$\overrightarrow{AB} = -\ell_1 \vec{z} + R_1 \vec{y}, \quad \overrightarrow{BC} = R_{3a} \vec{y} - \ell_3 \vec{z}, \quad \overrightarrow{CD} = R_{3b} \vec{y} - \ell_3 \vec{z}, \quad \overrightarrow{AE} = -\ell_2 \vec{y} - L_2 \vec{z} \text{ et } \overrightarrow{EF} = -\lambda(t) \vec{z}.$$

Les vitesses angulaires sont les dérivées des positions angulaires en fonction du temps :

$$\omega_{i/j} = \left[\frac{d\theta_{ij}}{dt} \right]_j,$$

$\omega_{i/j}$ est la vitesse angulaire du référentiel i par rapport au référentiel j .

II.1 - Vérification du dimensionnement en vitesse du moteur

Sachant que l'on souhaite une vitesse de déplacement verticale (selon \vec{z}) de la micropipette maximale de $500 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, l'objectif de cette sous-partie est de déterminer la vitesse maximale que doit fournir le moteur.

On commencera par déterminer le rapport de réduction du système avant de déterminer la vitesse maximale du moteur.

Nomenclature	Nombre de dents
Z_1	60
Z_2	600
Z_{3a}	150
Z_{3b}	50

Tableau 1 - Nomenclature et nombre de dents du train épicycloïdal du système

Q40. Exprimer le rapport de réduction $\frac{\omega_{4/2}}{\omega_{1/2}}$ du train épicycloïdal en fonction de Z_1 , Z_2 , Z_{3a} et de Z_{3b} .

On cherche désormais à déterminer la relation entre la vitesse de translation de la micropipette au point F ($v_{F,5/2} = \vec{V}_{F,5/2} \cdot \vec{z}$) et la vitesse angulaire du moteur à courant continu ($\omega_{1/2}$).

Q41. Donner la relation littérale entre $v_{F,5/2}$ et $\omega_{4/5}$ en fonction de $p_{\text{écrou}}$ (sachant que c'est un " pas à droite "). En déduire le rapport de réduction total $\frac{v_{F,5/2}}{\omega_{1/2}}$ en fonction de Z_1 , Z_2 , Z_{3a} , Z_{3b} et de $p_{\text{écrou}}$.

Q42. Sachant que le pas de l'écrou est de $p_{\text{écrou}} = 2 \text{ mm}\cdot\text{tr}^{-1}$, vérifier que pour la vitesse nominale du moteur (*nominal speed* en **annexe 2**), la micropipette peut atteindre la vitesse maximale du cahier des charges. On fera attention aux unités mises en jeu, une étude dimensionnelle peut être utile.

II.2 - Vérification du dimensionnement en effort du moteur

Afin de vérifier que le moteur permettant le mouvement de la micropipette suivant la direction \vec{z} a bien été dimensionné, on va déterminer la relation liant l'accélération de la micropipette au couple moteur nécessaire pour ce déplacement.

Hypothèses

Toutes les masses sont négligées à part celle de (2) et de (5). Le couple moteur C_m est exercé entre le stator (2) et le rotor (1).

Les liaisons entre deux roues dentées peuvent être modélisées par une liaison sphère-plan de point de contact le point coïncident entre les deux roues et de normale \vec{x} (anciennement liaison ponctuelle).

Les liaisons sont supposées parfaites.

L'accélération de la pesanteur portée selon $-\vec{z}$: $\vec{g} = -g\vec{z}$. La notation suivante est adoptée pour les torseurs. Par exemple, un torseur d'action mécanique d'une classe d'équivalence i sur une classe d'équivalence j dans le repère $(M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ sera écrit systématiquement selon le formalisme suivant :

$$\{\mathcal{T}_{i \rightarrow j}\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z} \\ L_{ij} \vec{x} + M_{ij} \vec{y} + N_{ij} \vec{z} \end{array} \right\}_M.$$

On connaît le torseur :

$$\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{21} \vec{x} + Y_{21} \vec{y} + Z_{21} \vec{z} \\ L_{21} \vec{x} + M_{21} \vec{y} + C_m \vec{z} \end{array} \right\}_A.$$

Q43. Compléter le graphe de structure du **DR** (représentation des liaisons entre les classes d'équivalence et représentation des efforts).

On décide d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble $\Sigma = \{(1), (3), (4), (5)\}$.

Q44. Exprimer le théorème de l'énergie cinétique à Σ en fonction de $E_c(\Sigma/2)$, $P_{\text{ext} \rightarrow \Sigma/2}$, P_{int} et de t .

Q45. Sachant que $E_c(\Sigma/2) = E_c(1/2) + E_c(3/2) + E_c(4/2) + E_c(5/2)$, et que l'on néglige les énergies cinétiques suivantes : $E_c(3/2) \simeq 0$, $E_c(4/2) \simeq 0$, donner l'énergie cinétique de Σ par rapport à (2) : $E_c(\Sigma/2)$.

Q46. Montrer que $P_{\text{ext} \rightarrow \Sigma/2} = C_m \times \omega_{1/2} - m_5 g v_{F,5/2}$.

Q47. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à Σ et donner la relation littérale reliant l'effort C_m à l'accélération $a_{F,5/2}$, sachant que $P_{\text{int}} = 0$.

Le profil de vitesse en trapèze de la micropipette permettant d'assurer un déplacement en \vec{z} est donné en **figure 29** ci-dessous :

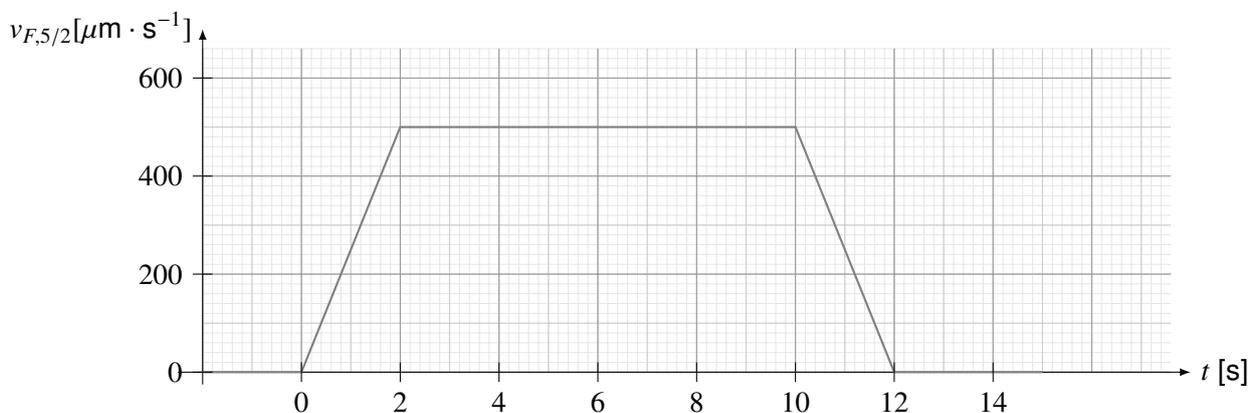


Figure 29 - Profil de vitesse souhaité de la micropipette

Q48. Déterminer l'accélération maximale de la micropipette $a_{F,5/2}^{\text{max}}$ d'après le profil de vitesse souhaité (**figure 29**).

Q49. Sachant que le pas de l'écrou vaut $p_{\text{écrou}} = 2 \text{ mm} \cdot \text{tr}^{-1}$ et que le moment d'inertie autour de l'axe (A, \vec{z}) vaut $C_1 = 3,9 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$. Donner l'application numérique de ces grandeurs en unité SI, soit en $\text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ pour le pas et en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ pour le moment d'inertie.

Q50. Vérifier le dimensionnement du moteur en régime nominal en vous aidant de l'**annexe 2**, en réalisant l'application numérique du couple moteur lors de la phase d'accélération. Conclure quant au respect des exigences Id. 1.3.1 et Id. 1.3.2 données en **figure 3**.

Partie III - Modélisation de l'asservissement en vitesse de la micropipette

Objectifs : vérification des critères de précision selon \vec{x} et \vec{y} , de rapidité et de stabilité selon \vec{z} .

III.1 - Asservissement de position selon les directions \vec{x} et \vec{y}

Le système automatisé étudié est le déplacement selon la direction \vec{x} . On fera une démarche analogue pour la direction \vec{y} . La **figure 30** représente le schéma-blocs du moteur de direction \vec{x} . Sa position linéaire est repérée par \vec{x} (exprimée en m) et sa vitesse de translation par v_x (exprimée en $m \cdot s^{-1}$).

Modélisation de la commande en tension du moteur

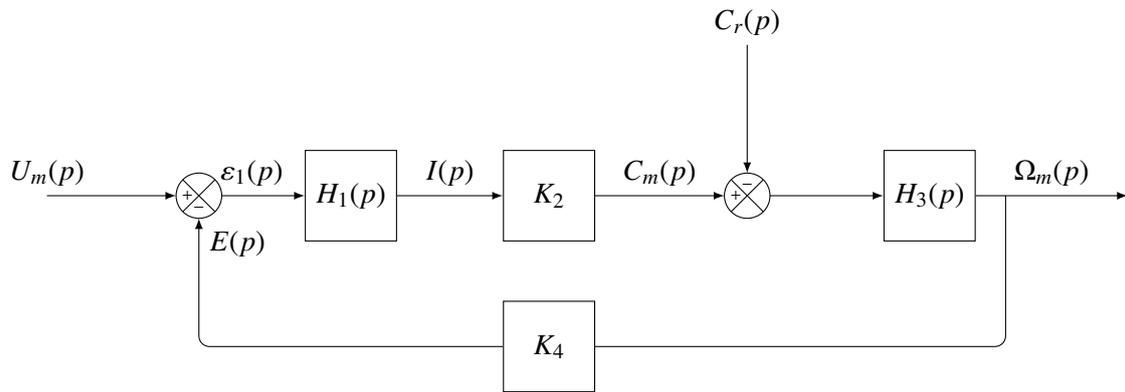


Figure 30 - Schéma-blocs de la commande en tension du moteur

On rappelle les équations temporelles du moteur à courant continu :

$$\begin{cases} u_m(t) &= e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \\ c_m(t) - c_r(t) &= J \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f\omega_m(t) \\ c_m(t) &= K_t \times i(t) \\ e(t) &= K_e \times \omega_m(t) \end{cases}$$

avec notamment :

- $u_m(t)$ la tension aux bornes du moteur ;
- $e(t)$ la force contre électromotrice ;
- R la résistance d'induit ;
- $i(t)$ le courant moteur ;
- L l'inductance d'induit ;
- $c_m(t)$ le couple moteur ;
- $c_r(t)$ le couple résistant équivalent ;
- J le moment d'inertie équivalent ;
- $\omega_m(t)$ la vitesse de rotation du moteur ;
- f le coefficient de frottements visqueux ;
- K_t le coefficient de couple ;
- K_e le coefficient de force contre électromotrice.

Q51. Le schéma-blocs de la **figure 30** est-il celui d'un asservissement du moteur ? Justifier votre réponse.

Q52. Établir les quatre expressions littérales (dans le domaine de Laplace) des fonctions de transfert du schéma-blocs de la **figure 30** ($H_1(p)$, K_2 , $H_3(p)$, K_4) en se plaçant dans les conditions d'Heaviside.

On peut exprimer $\Omega_m(p)$ sous la forme :

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{(f + Jp)(R + Lp)}}{1 + \frac{K_t K_e}{(f + Jp)(R + Lp)}} U_m(p) - \frac{\frac{1}{f + Jp}}{1 + \frac{K_t K_e}{(f + Jp)(R + Lp)}} C_r(p).$$

Par la suite, on se place dans le cas d'un échelon de tension et de couple résistant intervenant dès l'instant $t = 0$, donc $U_m(p) = \frac{U_{m0}}{p}$ et $C_r(p) = \frac{C_{r0}}{p}$.

Q53. Déterminer l'expression de la vitesse du moteur en régime permanent $\omega_m^{\text{permanent}}$ en fonction de K_t , R , K_e , f , U_{m0} et de C_{r0} .

Q54. Relever les valeurs numériques des coefficients K_t (torque constant) en $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$ et R (terminal resistance) en Ohm, du moteur à l'aide de l'**annexe 2**.

Pour que le moteur tourne à sa vitesse nominale de 1 800 rpm ($188 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$) avec un couple résistant $C_{r0} = 2 \times 10^{-8} \text{ N}\cdot\text{m}$, il faut lui imposer une tension à ses bornes de $U_{m0} = 3,1 \text{ V}$.

En appliquant la tension U_{m0} aux bornes du moteur, la vitesse atteinte en régime permanent vaut $361,5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, si le couple résistant est $C_{r0} = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Q55. Conclure sur la possibilité de suivre une trajectoire avec un tel type de commande. Proposer une solution pour remédier à ce problème.

Étude de la boucle de vitesse (figure 31)

Le hacheur qui module la puissance délivrée au moteur est assimilé à un gain pur noté K_h . Ce dernier est intrégré dans $H_c(p)$ du correcteur et sera pris égal à 1 par souci de simplification.

La fonction de transfert du correcteur de la boucle de vitesse est $H_c(p) = K_P$.

La fonction de transfert du réducteur en sortie de moteur (représenté par le gain $K_{\text{red}} = \frac{1}{20} \text{ m}\cdot\text{rad}^{-1}$) comprend le réducteur à train épicycloïdal et la liaison hélicoïdale.

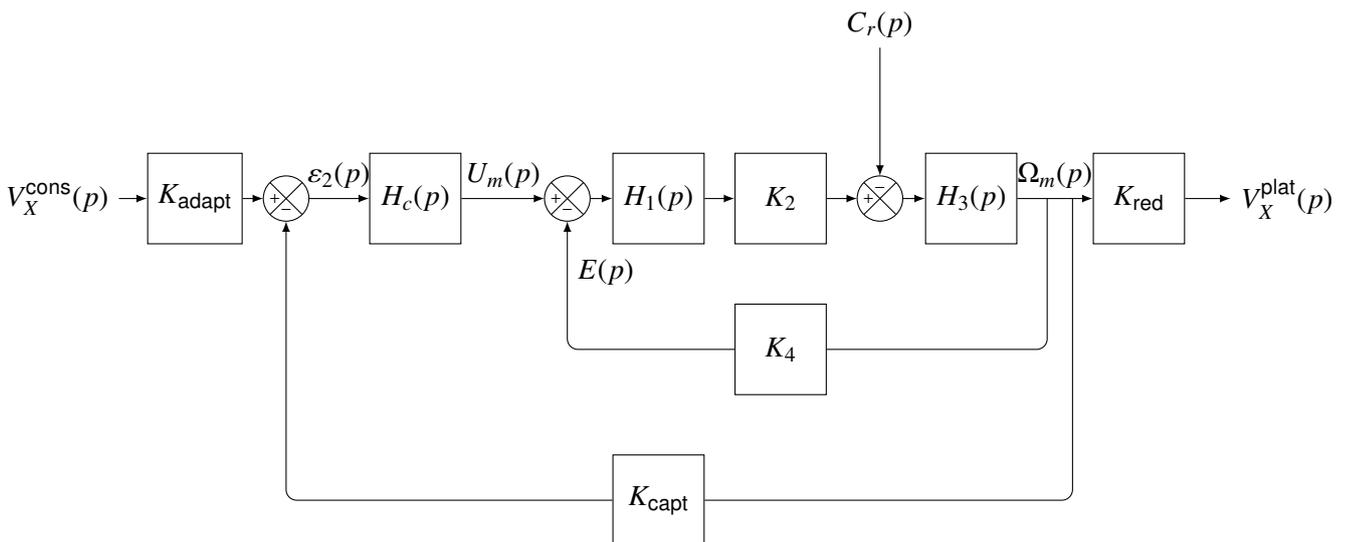


Figure 31 - Schéma-blocs de la boucle de vitesse d'asservissement du moteur

Le capteur utilisé pour la mesure de vitesse est une génératrice tachymétrique située sur l'arbre moteur, il délivre une tension de 3 V lorsque le moteur (donc la génératrice) tourne à $1\,800 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. On modélise le gain de ce capteur par un gain pur K_{capt} .

Q56. Déterminer la valeur de la constante K_{capt} .

Q57. Donner la valeur de K_{adapt} en fonction de K_{capt} et de K_{red} afin d'avoir un écart nul ($\varepsilon_2 = 0$) lorsque l'erreur est nulle ($\mu = V_X^{\text{cons}} - V_X^{\text{plat}} = 0$).

La consigne $V_X^{\text{cons}}(p)$ et le couple $C_r(p)$ sont des échelons d'amplitudes respectives V_{X0} et C_{r0} .

Soit :

$$V_X^{\text{cons}}(p) = \frac{V_{X0}}{p} \qquad C_r(p) = \frac{C_{r0}}{p} .$$

On peut montrer que l'on obtient l'expression suivante pour l'asservissement de la vitesse de la plateforme selon la direction \vec{x} :

$$V_X^{\text{plat}}(p) = \frac{\frac{K_t K_{\text{red}} K_{\text{adapt}} K_P}{(R + L p)(f + J p)}}{1 + \frac{K_t K_e}{(R + L p)(f + J p)} + \frac{K_t K_P K_{\text{capt}}}{(R + L p)(f + J p)}} \times V_X^{\text{cons}}(p) - \frac{\frac{K_{\text{red}}}{f + J p}}{1 + \frac{K_t K_e}{(R + L p)(f + J p)} + \frac{K_t K_P K_{\text{capt}}}{(R + L p)(f + J p)}} \times C_r(p)$$

Q58. Déterminer en régime permanent la valeur de l'erreur $\mu = v_X^{\text{cons}} - v_X^{\text{plat}}$ en fonction de K_t , K_{capt} , K_P , R , f , K_{red} , V_{X0} et de C_{r0} en précisant bien le théorème utilisé. Conclure sur l'intérêt d'avoir un correcteur PI (Proportionnel Intégral) pour l'asservissement en vitesse de la plateforme.

Réglage de la stabilité de l'asservissement en vitesse avec un correcteur PI

Objectif : assurer le respect d'une marge de gain et de phase en boucle ouverte pour un correcteur PI.

Q59. Le diagramme de Bode (**figure 32**) représente la réponse fréquentielle de la FTBO sans correcteur. Déterminer les marges de gain et de phase du système. Les traits de construction permettant de déterminer les marges sont attendus.

On choisit un correcteur PI de la forme $H_c(p) = \frac{K_P(1 + \tau_I p)}{\tau_I p}$.

Q60. On souhaite exprimer le correcteur sous la forme $H_c(p) = \frac{K(1 + T p)}{p}$. Déterminer l'expression de K et de T en fonction de K_P et de τ_I .

Q61. Régler le paramètre K afin de régler la marge de phase de la FTBO donnée dans le diagramme des exigences de la **figure 3**.

Afin de régler le paramètre T , on décide de placer la pulsation de cassure de la réponse fréquentielle du correcteur PI à une décade avant la pulsation de coupure à 0 dB de la réponse en régime harmonique en boucle ouverte du système après ajout d'un gain K_P permettant de respecter la marge de phase.

Q62. Déterminer la valeur de T permettant de respecter ce critère.

Le diagramme de Bode corrigé avec le correcteur PI déterminé aux questions précédentes est donné en **DR**. Vérifier le respect du diagramme des exigences de la **figure 3**.

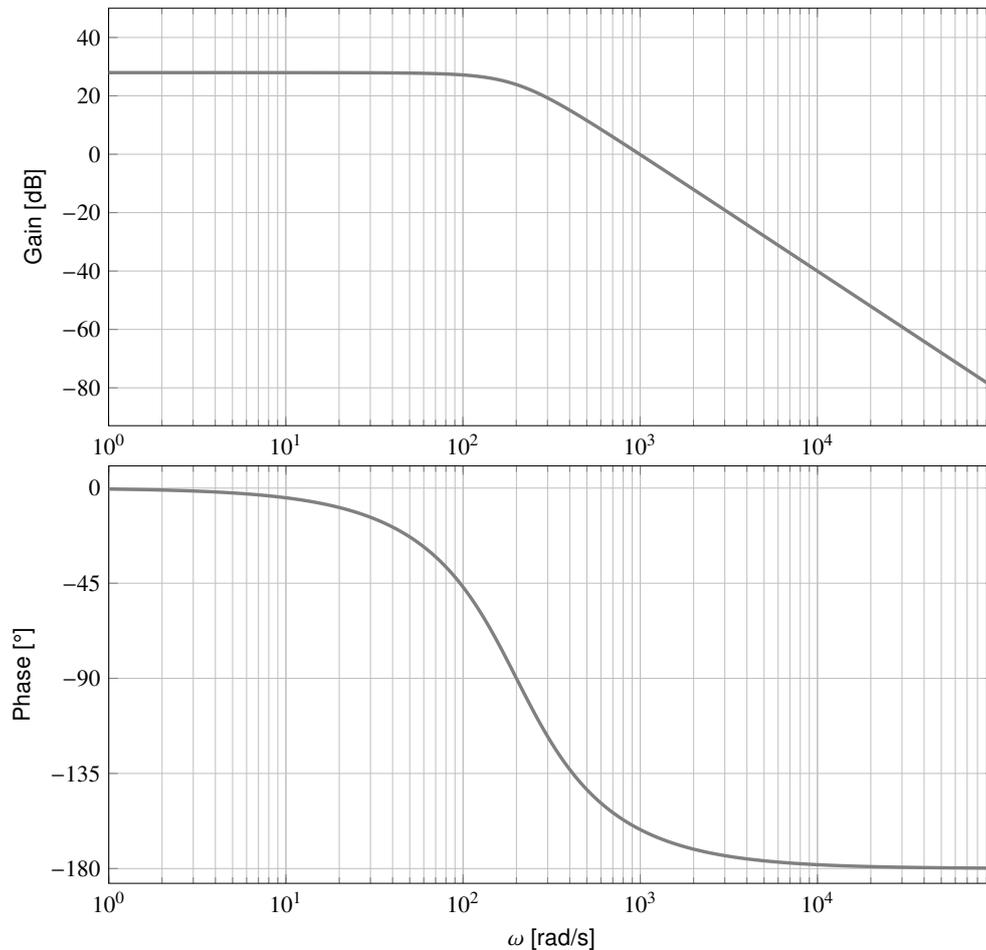


Figure 32 - Diagramme de Bode de la FTBO du système sans correcteur

III.2 - Asservissement 2.0 : IA

L'approche de la micropipette sur des surfaces " molles " est complexe, la fréquence d'oscillation lorsque la micropipette se rapproche de ce type de surface peut diminuer au lieu d'augmenter, l'asservissement devient instable, ce qui risque d'endommager la machine et le substrat sur lequel le dépôt doit être fait.

Pour cela, les ingénieurs souhaitent utiliser un programme d'intelligence artificielle qui analyse les images de la caméra numérique pour connaître le type de substrat utilisé et ensuite adapter la commande en position de la micropipette par rapport au substrat.

Q63. Déterminer si l'on est en présence d'un problème de classification ou de régression en justifiant la réponse.

Le **tableau 2** résume le résultat de plusieurs essais sur différents substrats (notés **A** et **B**).

		Prédiction	
		A	B
Reel	A	814	186
	B	74	740

Tableau 2 - Matrice de confusion avec plusieurs classes

Les indicateurs de la qualité de l'algorithme étudiés ici sont la sensibilité (S) et la précision (P) :

$$S = \frac{\text{vrais positifs}}{\text{vrais positifs} + \text{faux négatifs}}$$

$$P = \frac{\text{vrais positifs}}{\text{vrais positifs} + \text{faux positifs}} .$$

Q64. Déterminer quel est le substrat le plus sensible et celui qui est le plus précis après avoir calculé numériquement les indicateurs pour les deux substrats (donner le résultat avec un chiffre significatif).

Q65. Conclure sur :

- l’empreinte carbone du transport du diapason ;
- la mise en vibration de l’élément nommé diapason avec une amplitude et une fréquence d’oscillation contrôlée et à l’étude du comportement de l’actionneur piézo-électrique et de son alimentation ;
- l’étude statique et dynamique du déplacement de la micropipette selon la direction \vec{z} ;
- le respect des performances d’asservissement du déplacement de la micropipette.

ANNEXE 1

Fiche technique du transducteur piézo-électrique de vibration du diapason

Piezoelectric Chip with Wires,
75 V, 2.0 μm Travel



Specifications

PA2JEW ^a	
Drive Voltage Range	0 to 75 V
Displacement (Free Stroke) at 45 V	2.0 μm \pm 15%
Hysteresis	<15% (See Graph on Next Page)
Load for Maximum Displacement	144 N (32 lbs)
Blocking Force at 45 V	360 N (81 lbs)
Resonant Frequency	450 kHz (No Load)
Impedance at Resonant Frequency	100 m Ω
Anti-Resonant Frequency	610 kHz
Dissipation Factor	<2.0%
Capacitance	260 nF \pm 15%
Operating Temperature	-25 to 130 $^{\circ}\text{C}$
Curie Temperature	230 $^{\circ}\text{C}$
External Electrodes	Screen-Printed Silver
Dimensions	Width 1: 3.0 mm \pm 0.1 mm Width 2: 3.0 mm \pm 0.1 mm Height: 2.0 mm \pm 5 μm

a. All specifications are quoted at 25 $^{\circ}\text{C}$, unless otherwise stated.

ANNEXE 2

Fiche technique du moteur DC

Parameter	Value
Motor Type	Brushed DC Servo
Motor Drive Voltage	6 V
No load speed	6560 rpm
No load current	7.43 mA
Nominal speed	1800 rpm
Nominal torque (max. continuous torque)	1.26 mNm
Nominal current (max. continuous current)	0.156 A
Stall torque	1.54 mNm
Starting current	0.184 A
Max. efficiency	65%
Terminal resistance	32.7 Ω
Terminal inductance	0.607 mH
Torque constant	8.38 mNm/A
Speed constant	1140 rpm/V
Speed / torque gradient	4450 rpm/mNm
Mechanical time constant	13.9 ms
Rotor inertia	0.298 gcm ²
Recommended Thorlabs controller	KDC101

FIN

