

1/PRÉSENTATION DU SUJET

Machine à Mesurer Tridimensionnelle ZEISS DuraMax

Le sujet porte sur l'étude d'une machine à mesurer tridimensionnelle. Il s'ouvre sur une analyse du traitement des données issues de la machine, en vue de déterminer le défaut géométrique d'une pièce. Une analyse de la chaîne d'asservissement en vitesse est ensuite réalisée afin de vérifier le respect du cahier des charges. Enfin, une étude probabiliste des déchets de production vient conclure le sujet.

Partie I - Modélisation du traitement des données

Cette première partie est consacrée à la modélisation des défauts d'une pièce par la Machine à Mesurer Tridimensionnelle (MMT) :

- défaut de planéité : détermination du plan le plus proche du nuage de points mesurés à l'aide de la méthode des moindres carrés, par un calcul de projeté orthogonal en dimension 3, puis modélisation du défaut de planéité à partir des calculs de distance au plan obtenu ;
- défaut de cylindricité : détermination du rayon du cylindre le plus proche via une méthode par composante principale : l'approche consiste à diagonaliser une matrice 3×3 et, par un changement de repère, à estimer le rayon du cylindre le plus proche.

Partie II - Étude de la chaîne de puissance de l'axe X

Cette partie porte sur la modélisation de l'asservissement en vitesse de l'axe X. Elle se décompose en quatre parties, permettant d'aborder successivement l'asservissement, les caractéristiques d'inertie ainsi que les aspects énergétiques. L'ensemble est conclu par une simulation destinée à valider les exigences du cahier des charges.

Partie III - Étude du déchet d'une production

La dernière partie propose une modélisation du déchet d'une production à l'aide du calcul des probabilités.

Les notions abordées incluent : la loi géométrique (à travers le rappel du cours et des calculs usuels), les lois conditionnelles, la loi binomiale, ainsi que la loi de Bernoulli, accompagnées de quelques calculs et applications numériques.

2/REMARQUES GÉNÉRALES

I. Les mathématiques

I. 1 Les erreurs

De très nombreuses erreurs de calculs ont été relevées. Mais au-delà de ces fautes, c'est surtout le manque de recul sur les objets manipulés qui inquiète. On observe régulièrement :

- de nombreuses formules de changement de base sans cohérence, avec des dimensions de matrices incompatibles pour les produits ou les sommes ;
- des égalités entre des vecteurs et des scalaires ;
- des produits scalaires entre des sous-espaces vectoriels et des vecteurs ;
- des polynômes caractéristiques n'ayant pas le bon degré ;
- des bases comprenant un vecteur nul ou bien deux vecteurs identiques.

I. 2 Une connaissance lacunaire du cours de mathématiques :

Les formules de base sont mal maîtrisées. Les erreurs fréquentes :

- les formules de projection orthogonale et de distance sont souvent fausses ;
- les formules de changement de base ne sont pas connues par la plupart des candidats ;
- en probabilités, la définition de la loi géométrique (domaine, formule et espérance) est rarement complète. La formule des probabilités totales est mal connue, et la confusion entre événements incompatibles et indépendants est encore très répandue.

I. 3 Un niveau globalement insuffisant

Des tâches élémentaires du programme posent encore des difficultés majeures à une majorité de candidats, comme :

- résoudre un système de 3 équations à 3 inconnues ;
- donner un vecteur normé et normal à un plan de l'espace dont on donne une équation ;
- calculer un polynôme caractéristique d'une matrice simple de taille 3.

On constate également une incapacité fréquente à traiter la totalité d'une question, même simple, lorsque celle-ci comporte plusieurs points ou demandes.

II. Les Sciences Industrielles

Les erreurs les plus fréquentes portent sur des opérations élémentaires : calculs de fractions, développement, factorisation, conversion des unités, etc.

Une difficulté notable concerne également l'identification claire des questions traitées : beaucoup de candidats répondent de manière floue, sans lien clair avec l'énoncé.

La rédaction est globalement trop pauvre. Les réponses manquent de justification, d'analyse, et d'argumentation. Les correcteurs relèvent trop souvent des réponses automatiques, sans véritable apport scientifique ni démonstration rigoureuse.

III. Le soin

La présentation des copies est, dans l'ensemble, insuffisamment soignée. L'écriture est souvent négligée, ce qui nuit fortement à la compréhension du propos. Ces défauts ne se répercutent pas uniquement sur la note de soin : lorsqu'un correcteur ne parvient pas à déchiffrer ou comprendre un raisonnement, il ne peut naturellement pas l'évaluer.

IV. Expression et rédaction

Les difficultés d'expression sont notables. Nous avons noté de grandes difficultés de la part des candidats pour s'exprimer de manière claire et compréhensible.

Même en mettant de côté les fautes d'orthographe, présentes dans pratiquement chaque accord ou conjugaison, les phrases un peu longues deviennent souvent inintelligibles.

Les réponses manquent d'argumentation et ne sont presque jamais conclues. On se contente fréquemment d'un simple calcul ou d'un mot.

Une faute très répandue : on écrit « théorème spectral » (masculin), et non « théorème spectrale ».

V. Honnêteté

Il est rappelé aux candidats que, lorsque la réponse est fournie dans l'énoncé, les correcteurs examinent attentivement la manière dont elle est retrouvée. Il est ainsi fortement déconseillé d'essayer de " masquer " les erreurs de calcul afin d'obtenir artificiellement la bonne réponse, cela ne rapporte aucun point et nuit à l'appréciation globale de la copie. À l'inverse, un candidat rigoureux, même s'il commet des erreurs de calcul, peut obtenir une part significative des points de la question.

VI. Remarques sur le sujet, le texte et sa compréhension

Le sujet était de longueur raisonnable et ne comportait pas de question bloquante, les données nécessaires ayant été fournies.

Cela a permis à la majorité des candidats d'aborder un grand nombre de questions.

Le thème général du sujet semble avoir été bien compris, mais la modélisation mathématique reste, pour beaucoup, difficile à maîtriser.

3/REMARQUES SPÉCIFIQUES

Partie I - Modélisation du traitement des données

Q1.

- Il suffisait de visualiser δ comme la norme de $Z - Z_F$. Ce lien a été très mal formulé.
- La traduction en termes de distance est rarement vue. Beaucoup de candidats se contentent d'écrire qu'une norme étant positive, elle admet un minimum et concluent que ce minimum est atteint lorsque $Z_0 = Z$, ce qui supposerait que Z est dans F , donc que les points du nuage sont dans un même plan.
- Question rarement traitée, sauf pour ceux qui pensent que $Z_0 = Z$.

Q2.

- Le calcul est souvent juste, néanmoins beaucoup de candidats oublient que $n = 100$ (information donnée trois lignes plus haut). On trouve aussi des racines carrées.
- Rarement juste, néanmoins on peut s'interroger sur la très grande quantité de candidats qui se contentent d'indiquer que (a, b, c) sont " bien solution du système car il y a trois équations et trois inconnues ".

Résoudre le système 3×3 est une difficulté insurmontable pour la majorité, des candidats. Rappelons que la bonne méthode de résolution est la méthode du pivot de Gauss et non la méthode par substitution. On rappelle aussi que le calcul ne peut pas être compris par le correcteur sans la mention des manipulations effectuées sur les lignes. La réponse finale, l'équation du plan, est rarement donnée ou incohérente.

Q3.

- a) Une équation du plan est donnée dans l'énoncé, mais dans la moitié des copies, le vecteur fourni n'est pas un vecteur normal au plan. Dans la plupart des autres copies, le vecteur est normal mais non normé.
- b) La formule de la distance à un sous-espace vectoriel est mal connue, avec des confusions fréquentes entre produit scalaire et produit vectoriel. Le terme « projeté orthogonal » apparaît rarement.
- c) De rares propositions pertinentes.

Q4.

- a) Un candidat sur deux omet de préciser que la matrice est à coefficients réels en plus d'être symétrique.
- b) Une proportion significative de résultats justes, mais les calculs sont parfois longs et rarement accompagnés d'indications sur les manipulations effectuées.
- c) On parvient le plus souvent à une base de vecteurs propres, mais très rarement orthonormée (même si tous affirment qu'elle l'est). Normer les vecteurs n'est évidemment pas suffisant (dans « orthonormée » il y a « normée » mais aussi « ortho »). Le recours au procédé de Gram-Schmidt, souvent employé, est ici inutile et fastidieux ; il est plus efficace d'utiliser un produit vectoriel, sachant que les sous-espaces propres d'une matrice symétrique réelle sont orthogonaux pour le produit scalaire usuel.

Q5.

- a) La formule de changement de base n'est pas connue de la majorité des candidats. On relève de nombreuses expressions dénuées de sens.
- b) Le changement de centre est rarement traité correctement : on observe des multiplications par ω , sans aucun sens, là où une simple somme était attendue.
- c) Il s'agissait de donner l'expression de la distance d'un point à l'axe (O_z) en fonction de ses coordonnées. Ce résultat n'a été obtenu que dans de rares copies ; beaucoup se contentent à tort de la distance au point O.

Q6.

- a) Le calcul de la dérivée est souvent correct, mais une grande partie des candidats considèrent que la dérivée s'annule en $R=di$, sans s'interroger sur la nature de ce « i ».
- b) Cette erreur se poursuit, car ils concluent que le rayon optimal est $R=di$.

Partie II - Étude de la chaîne de puissance de l'axe X

Q7. La Q7.a) a globalement été bien réussie. La Q7.b) a également donné lieu à des réponses correctes, bien que des erreurs de calcul aient été constatées. La Q7.c) a souvent souffert d'un manque de justifications.

Q8. La Q.8a) a révélé des difficultés chez certains candidats concernant le changement d'unité. La Q8.b) a fréquemment été mal traitée, principalement en raison d'une mauvaise lecture de l'énoncé. Les questions 8c) et 8d) ont généralement été bien traitées, tandis que la Q8.e) a montré une méconnaissance de la relation cinématique dans une liaison hélicoïdale chez un grand nombre de candidats.

Q9. Cette question a globalement été mal traitée, du fait d'un manque de justifications, d'oubli de puissances extérieures, ainsi que d'une rigueur insuffisante dans l'écriture du théorème de l'énergie cinétique.

Q10. Les questions 10a) et 10b) ont souvent été bien traitées, bien que quelques erreurs aient été relevées dans la mise sous forme canonique d'une fonction de transfert. En revanche, la notion de pôle est très mal maîtrisée, avec des confusions fréquentes avec le mode ou la constante de temps.

- Q11.** La Q11.a) a globalement été bien traitée, malgré quelques erreurs similaires concernant la mise sous forme canonique d'une fonction de transfert. En revanche, la suite a été mal abordée, révélant une méconnaissance des pôles, des critères de stabilité et de la relation entre la classe de la FTBO et la précision. De nombreuses erreurs de calculs ont également été relevées.
- Q12.** Les correcteurs ont constaté de nombreuses réponses farfelues à la Q12.a). La Q12.b), en revanche, a été globalement bien traitée, même si certains critères ont parfois été oubliés.

Partie III - Étude du déchet d'une production

Q13.

- a) Question de cours sur la loi géométrique : le domaine de définition de la loi est souvent omis. De nombreux candidats donnent la formule correcte mais omettent de préciser l'espérance, bien qu'elle semble connue dans la suite.
- b) L'application numérique est souvent bien traitée.
- c) Il s'agissait d'un calcul très classique sur la loi géométrique qu'il convenait de bien détailler. Peu de candidats parlent d'évènements incompatibles (ou disjoints) avant d'appliquer la formule de la probabilité d'une union. L'application numérique est dans l'ensemble correctement abordée.

Q14.

- a) La réponse est parfois correcte, bien que de nombreux candidats évoquent « la loi de Z » (tout court) au lieu de « la loi de Z sachant $X=n$ » (loi conditionnelle). Des confusions entre la loi de Bernoulli et la loi binomiale sont fréquentes.
- b) Le système complet est rarement bien donné. En revanche, la formule des probabilités totales est davantage maîtrisée et le calcul est souvent bien abordé.
- c) Question assez souvent traitée et généralement de manière correcte.

4/ CONCLUSION

Le sujet proposé était d'un niveau très accessible et certains candidats s'en sont très bien sortis. Il a permis de distinguer les candidats en mettant en évidence, chez beaucoup, des lacunes persistantes sur des notions de base, ainsi que des difficultés en matière de rédaction et de justification des réponses.

Les futurs candidats sont vivement encouragés à soigner davantage la présentation de leur copie (numérotation des questions, mise en valeur ses résultats, etc.) et à rédiger leurs réponses de manière claire, précise et concise. Une lecture attentive du sujet, sans omission de parties de question est également attendue.

La capacité à prendre du recul et à faire preuve d'honnêteté face aux résultats obtenus constitue une qualité essentielle pour un candidat à l'intégration dans des écoles d'ingénieurs.

Enfin, les correcteurs recommandent une meilleure maîtrise du cours et des formules au programme des deux années de classe préparatoire.