

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE TPC

PHYSIQUE

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
 - Ne pas utiliser de correcteur.
 - Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.
-

Les calculatrices sont interdites.

**Le sujet est composé d'un problème contenant des parties indépendantes,
d'une Annexe
et d'un Document Réponse (DR) à rendre avec la copie.**

Les écoulements

On s'intéresse à un écoulement stationnaire d'eau à l'air libre dans différentes situations. L'eau est supposée homogène et incompressible, de masse volumique ρ . La viscosité de l'eau sera prise en compte dans certaines questions. On note g l'accélération du champ de pesanteur.

- Q1.** Rappeler la définition :
- d'un fluide homogène,
 - d'un fluide incompressible,
 - d'un écoulement stationnaire.

Partie I - Écoulement d'un fluide non visqueux dans un canal

Dans cette partie, on assimile l'eau à un fluide sans viscosité.

I.1 - Écoulement dans un canal de largeur variable

On s'intéresse à l'écoulement de l'eau dans une portion d'un canal subissant un rétrécissement de section (**figure 1**). On note :

- S_e et S_s les sections en entrée et en sortie du système (repérées en gris foncé sur la **figure 1b**) ;
- \vec{v}_e et \vec{v}_s les vitesses du fluide en entrée et en sortie du système, vitesses que l'on suppose uniformes sur la section droite de l'écoulement.

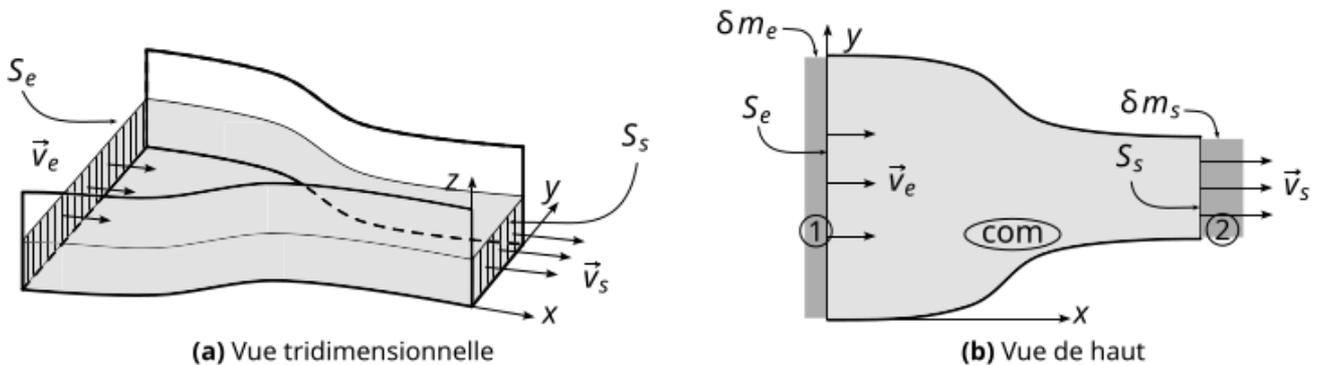


Figure 1 - Écoulement dans un canal

On considère le système fermé constitué de la portion du fluide se déplaçant dans le canal durant l'intervalle de temps infinitésimal dt . On note δm_e la quantité infinitésimale de masse qui entre dans la partie commune du système (notée **com**) pendant dt et δm_s la quantité infinitésimale de masse qui en sort pendant dt . Du fait de ces déplacements :

- à la date t , le système fluide occupe les zones ① et **com** ;
- à la date $t + dt$, le système fluide occupe les zones **com** et ② .

Q2. Exprimer les débits massiques entrant $D_{m,e}$ et sortant $D_{m,s}$ du fluide en fonction de dt et respectivement de δm_e et de δm_s .

Q3. Uniquement pour cette question, on se place en régime non stationnaire. À l'aide d'un bilan de masse entre les dates t et $t + dt$, montrer que la masse m de la partie commune du système satisfait la relation : $\frac{dm}{dt} = D_{m,e} - D_{m,s}$.

Q4. En déduire, en régime stationnaire, une loi de conservation du débit massique de l'écoulement étudié.

I.2 - Écoulement dans un canal de largeur constante

On étudie l'écoulement entre deux abscisses x_1 et x_2 du canal en lesquelles les vitesses d'eau v_1 et v_2 sont constantes ainsi que les hauteurs d'eau h_1 et h_2 (**figure 2**). Dans cette portion du canal, la largeur selon l'axe y est constante et vaut L . On ne s'intéresse pas aux origines d'une telle déformation des lignes de courant de fluide.

On suppose que les vitesses ne dépendent que de la variable x et on note P_0 la pression atmosphérique.

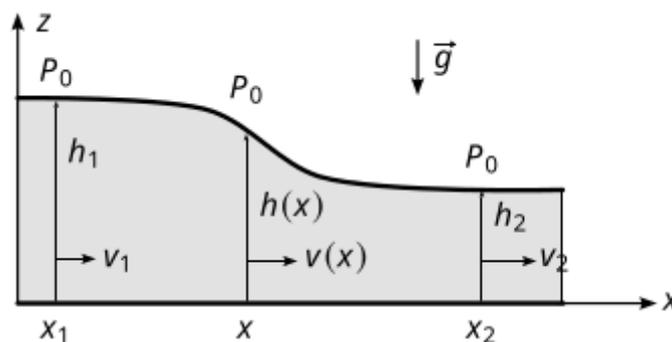


Figure 2 - Écoulement entre deux abscisses x_1 et x_2

On rappelle la relation de Bernoulli que l'on applique entre deux points d'une ligne de courant située à la surface de l'écoulement :

$$\underbrace{\frac{P_2 - P_1}{\rho}}_{(a)} + \underbrace{\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)}_{(b)} + \underbrace{g(h_2 - h_1)}_{(c)} = 0$$

Q5. Donner la signification énergétique des trois termes (a), (b) et (c) présents dans la relation de Bernoulli.

Q6. À l'aide de la relation de Bernoulli, justifier que la quantité $H = h(x) + \frac{1}{2g}v^2(x)$ est constante.

Q7. En déduire l'expression de la vitesse $v(x)$ en fonction de H , $h(x)$ et de g .

Q8. Montrer que le débit volumique a pour expression : $D_v = Lh(x)\sqrt{2g[H - h(x)]}$.

Q9. Tracer le débit volumique D_v en fonction de la hauteur d'eau $h(x)$.

Q10. Justifier graphiquement qu'à débit constant, il existe deux valeurs possibles de la hauteur d'eau. Ces deux hauteurs possibles sont qualifiées de régime torrentiel et de régime fluvial (car observés dans les torrents et les fleuves) : associer, en le justifiant, chaque hauteur à un régime.

Partie II - Écoulement d'un fluide visqueux

Pour accéder au débit d'un cours d'eau, il est nécessaire de mesurer des vitesses et des longueurs. Du fait de la viscosité de l'eau, la vitesse varie à la fois horizontalement d'une rive à l'autre et verticalement de la surface au lit de la rivière (**figure 3**).

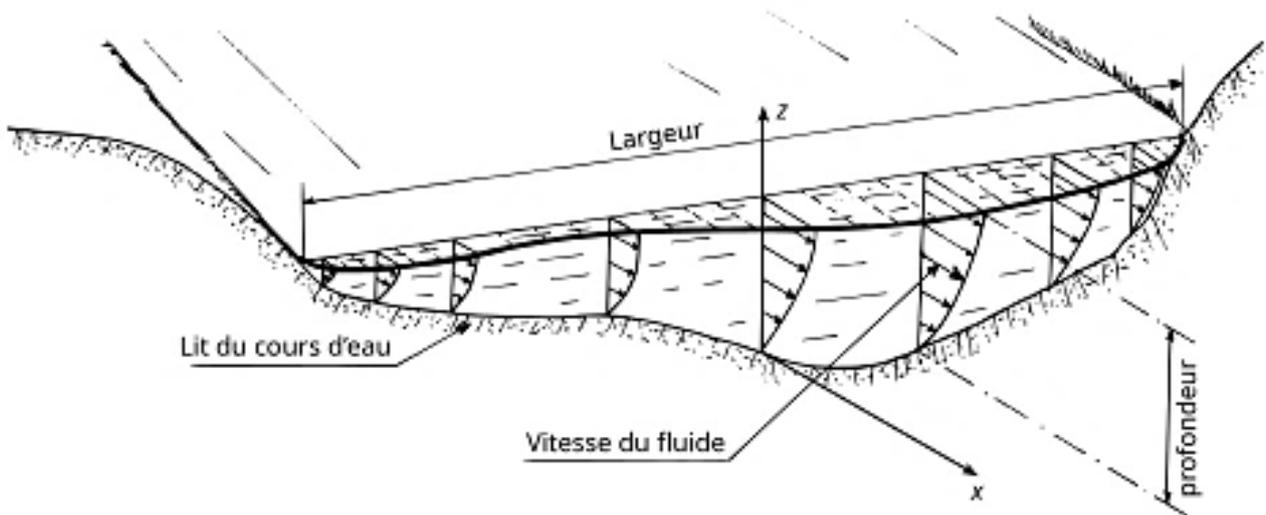


Figure 3 - Profil des vitesses sur une coupe verticale de rivière

On s'intéresse à l'écoulement du fluide, supposé laminaire, dans un plan xOz du cours d'eau. En notant $\delta\vec{F} = \pm\eta\frac{dv}{dz}dS\vec{e}_x$ la force de viscosité élémentaire exercée entre deux lames de fluide, on peut montrer que le profil des vitesses est parabolique (**figure 4**) et a pour équation : $v(z) = A_1z^2 + A_2z + A_3$, avec A_1 , A_2 et A_3 trois constantes.

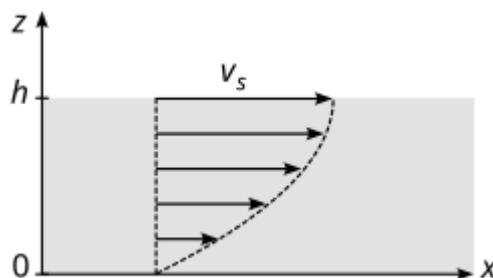


Figure 4 - Profil des vitesses dans le plan xOz

Q11. En utilisant une propriété du fluide visqueux en $z = 0$, déterminer la constante A_3 .

Q12. Sachant que l'air au-dessus du cours d'eau est un fluide non visqueux, montrer, à l'aide de la force infinitésimale de viscosité $\delta\vec{F}$, que $A_2 = -2hA_1$.

Q13. En notant V_s la vitesse de l'écoulement en $z = h$, en déduire que la loi de vitesse s'écrit :

$$v(z) = V_s \frac{z}{h} \left(2 - \frac{z}{h} \right)$$

On suppose que le profil des vitesses est identique sur la largeur L selon l'axe y du cours d'eau.

Q14. Montrer alors que le débit volumique de l'écoulement vaut : $D_v = \frac{2}{3}V_s Lh$.

Q15. En déduire la vitesse moyenne V_m dans l'écoulement en fonction de V_s .

Q16. Exprimer la vitesse V_{60} à une profondeur de $0,6h$ (**figure 5**) en fonction de V_s .

Comparer cette vitesse à la vitesse moyenne V_m .

Conclure quant à la validité de la méthode de mesure dite à un point, consistant à supposer que $V_m \simeq V_{60}$.

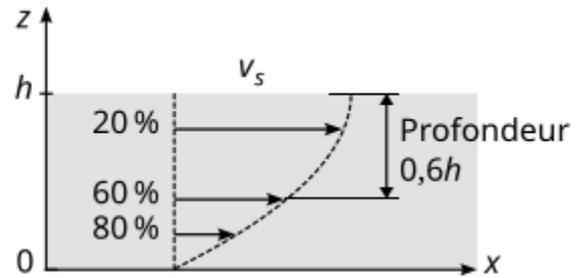


Figure 5 - Profil des vitesses pour quelques pourcentages de profondeur

Partie III - Mesure de la vitesse d'un fluide

III.1 - Vélocimétrie acoustique

Afin de mesurer les vitesses dans un cours d'eau, on utilise une sonde montée sur une perche que l'on place à différentes profondeurs (**Photo 1**).



Photo 1 - Mesure de la vitesse d'écoulement d'une rivière par sonde à effet Doppler

La sonde est un vélocimètre acoustique à effet Doppler, munie de capteurs de pression et de température.

Q17. La mesure de la pression P sert à déterminer la profondeur d'immersion d de la sonde. À l'aide de la relation de la statique des fluides, établir l'expression de la profondeur d'immersion d en fonction de la pression atmosphérique P_0 , de P , ρ et de g .

Q18. La mesure de la température de l'écoulement permet de calculer correctement un paramètre de l'onde acoustique qui dépend de la température. Préciser le paramètre dont il s'agit.

La sonde émet une onde ultrasonore focalisée dans un volume précis de l'écoulement. Lorsque des particules entraînées par le courant traversent la zone de détection, elles réfléchissent l'onde qui est alors captée par trois récepteurs (**figure 6a**). L'analyse des signaux réfléchis permet de déterminer la vitesse de l'écoulement.

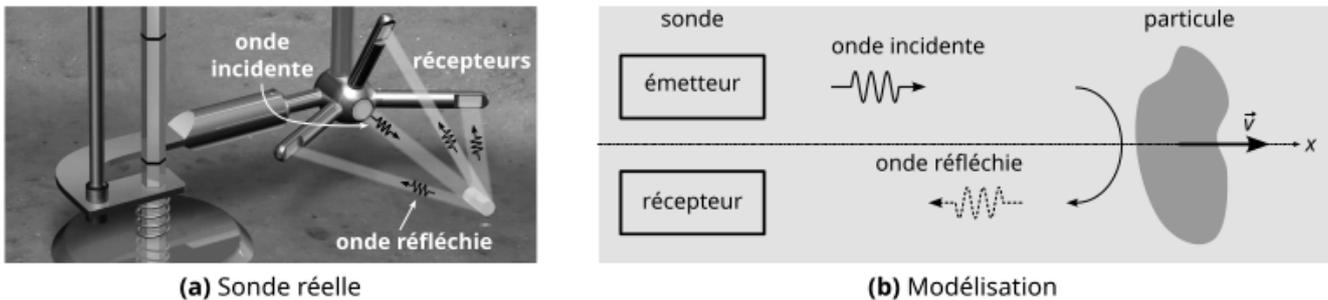


Figure 6 - Modélisation d'une sonde réelle

Pour simplifier la modélisation, on travaille uniquement le long de l'axe des x (**figure 6b**). On note c_e la célérité de l'onde ultrasonore de fréquence f_i envoyée par l'émetteur fixe et $\vec{v} = v\vec{e}_x$ la vitesse d'une particule entraînée par l'écoulement.

Du fait de ce mouvement, la fréquence de l'onde réfléchie par la particule vaut :

$$f_r = f_i \frac{1 - \frac{v}{c_e}}{1 + \frac{v}{c_e}}$$

Le détecteur reçoit l'onde de fréquence f_r et calcule l'écart de fréquences $\Delta f = f_i - f_r$.

Q19. Expliquer pourquoi l'opérateur doit éviter de bouger la perche lors de la mesure.

Q20. Compte tenu des valeurs de v et de c_e (voir en **annexe**), montrer que $\Delta f \simeq 2f_i \frac{v}{c_e}$.

Q21. Quelle information le signe de Δf donne-t-il ?

Pour accéder à la vitesse v , il faut d'abord déterminer Δf . Pour ce faire, on multiplie la tension du signal incident U_i par celle de l'onde réfléchie U_r (**figure 7**), puis on filtre le signal U_m pour obtenir la tension U_f .

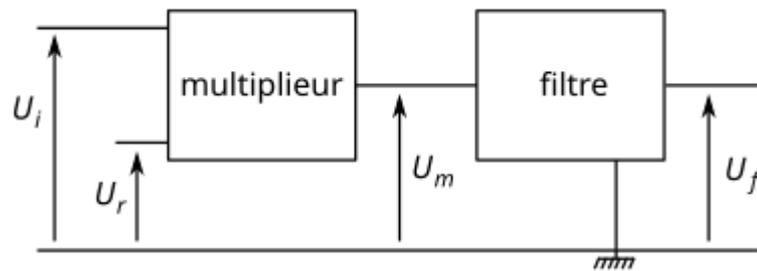


Figure 7 - Circuit de détection de l'écart Δf

- Q22.** En posant U_{mi} et U_{mr} les amplitudes d'une part et φ_i et φ_r les phases d'autre part, donner les expressions de U_i et de U_r .
- Q23.** Linéariser l'expression de la tension $U_m = K U_i U_r$ et donner l'expression des fréquences f_1 et f_2 des deux signaux obtenus, en supposant que $f_1 < f_2$.
- Q24.** Le spectre en amplitude du signal U_m est partiellement représenté sur la **figure 8**. Compléter les quatre informations manquantes dans les encadrés du **Document Réponse (DR)**.

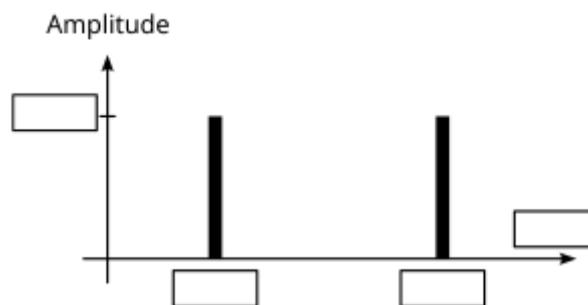


Figure 8 - Spectre du signal U_m

Pour traiter la tension U_m , on dispose de deux filtres de fréquence de coupure f_c dont les fonctions de transfert sont données ci-dessous.

$$\text{Filtre A : } \underline{H}_A = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_c}} \quad \text{Filtre B : } \underline{H}_B = \frac{j \frac{f}{f_c}}{1 + j \frac{f}{f_c}} \quad (\text{avec } j \text{ tel que } j^2 = -1)$$

- Q25.** Indiquer, en justifiant votre choix, quel filtre choisir pour isoler la tension de fréquence Δf .
- Q26.** En exploitant les caractéristiques de la sonde données en **annexe**, proposer une valeur numérique de la fréquence de coupure f_c .
- Q27.** Donner alors le schéma d'un filtre à l'aide de deux dipôles à choisir parmi un résistor, une bobine et une capacité. Proposer des valeurs usuellement rencontrées en travaux pratiques pour R , L ou C permettant de satisfaire au problème étudié.

III.2 - Vélométrie optique

La vitesse d'un fluide peut aussi se mesurer par une méthode interférentielle. En faisant traverser un fluide contenant des particules réfléchissantes à travers un système de franges, celles-ci passent alternativement par les franges brillantes et sombres. La lumière réfléchie est alors captée par un photodétecteur permettant la mesure de la durée mise par une particule réfléchissante pour parcourir un interfrange. On a alors accès à la vitesse du fluide.

III.2.1 - Utilisation de trous d'Young

Dans le montage des trous d'Young, chaque trou suffisamment petit diffracte le faisceau de lumière incident. En sortie, le faisceau diverge avec un demi-angle au sommet θ identique pour les deux trous. On place un écran au foyer image d'une lentille L_2 .

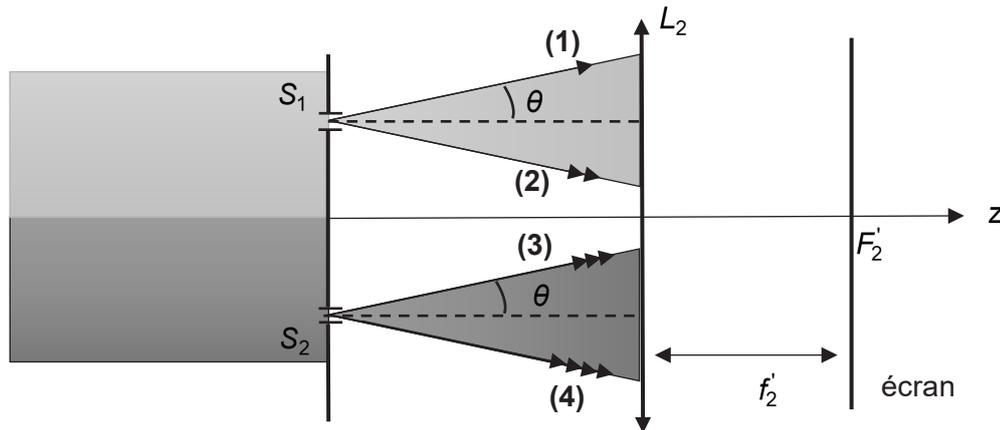


Figure 9 - Diffraction par deux trous d'Young

Q28. Représenter sur le **DR** les rayons émergents atteignant l'écran et issus des rayons incidents (1), (2), (3) et (4).

Q29. Faire alors apparaître sur ce schéma la largeur ℓ du champ d'interférences sur l'écran. Montrer que dans les conditions de Gauss, que l'on rappellera, cette largeur peut s'écrire :

$$\ell \simeq 2f'_2\theta$$

Pour produire le faisceau de lumière incident, on place une source ponctuelle S sur le foyer objet d'une lentille convergente L_1 . Un point M sur l'écran sera repéré par son abscisse x (**figure 10**).

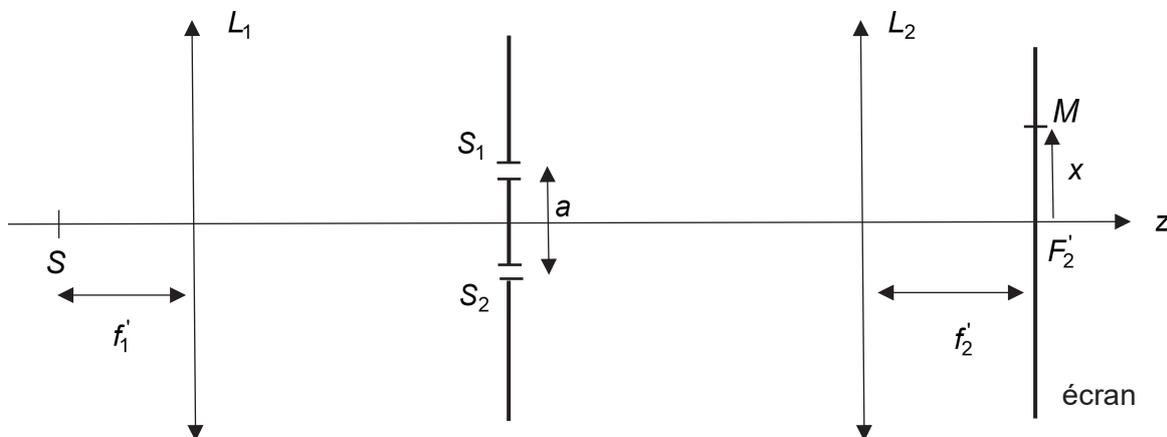


Figure 10 - Montage à l'infini des trous d'Young

- Q30.** Un tel montage permet de produire un faisceau de lumière parallèle. Quel instrument d'optique, utilisé notamment dans un goniomètre, réalise une telle opération ?
- Q31.** Compléter le **DR** en traçant deux rayons lumineux partant de S pour aller à M , l'un passant par S_1 et l'autre par S_2 .
- Q32.** Faire apparaître sur le schéma précédent (**DR**) l'allure d'au moins deux surfaces d'onde :
- entre S et L_1 ;
 - entre L_1 et les fentes d'Young ;
 - entre les fentes d'Young et L_2 ;
 - entre L_2 et M .
- Quel théorème est utilisé ici pour tracer ces surfaces d'onde ?

Dans le vide, l'onde émise par la source est monochromatique de longueur d'onde λ_0 .

- Q33.** Déterminer la différence de marche $\delta(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$. En déduire l'expression de l'ordre d'interférences $p(M)$ en fonction de a , x , λ_0 et de f_2' .
- Q34.** Définir et déterminer l'expression de l'interfrange i .

Les trous de rayon $r = 10 \mu\text{m}$ sont espacés d'une distance de $a = 50 \mu\text{m}$.

- Q35.** Sachant que le demi-angle de diffraction θ est de l'ordre de $\frac{\lambda_0}{2r}$, déterminer le nombre de franges visibles sur l'écran à l'aide du résultat de la question **Q29**. L'utilisation de trous d'Young permet-elle d'obtenir une mesure précise de la vitesse d'un fluide ?

Un fluide, dont on souhaite mesurer la vitesse, circule dans une canalisation transparente le long de l'axe $F_2'x$, perpendiculairement au système de franges (**figure 11**). On insère dans la canalisation une bille réfléchissante qui réfléchit une partie de la lumière sur un détecteur (non représenté ici). Ce détecteur enregistre ainsi une intensité $I' = KI(B)$, avec $I(B)$ l'intensité lumineuse au niveau de la bille B .

La bille B se déplace avec le fluide à la vitesse constante $\vec{v}_B = v \vec{e}_x$. On admet que l'expression de l'interfrange reste la même malgré la présence du fluide.

- Q36.** À quelle condition sur le rayon R de la bille l'intensité reçue par le détecteur reflète-t-elle fidèlement la figure d'interférences ? On donnera une inégalité en fonction de l'interfrange i .

- Q37.** Déterminer l'expression de la position $x_B(t)$ de la bille en fonction de v , t et de sa position initiale x_0 .

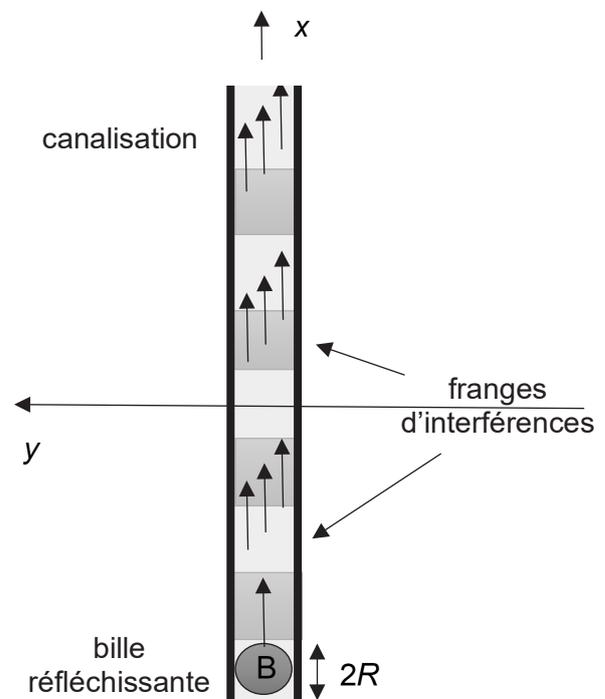


Figure 11 - Écoulement schématique d'un fluide au travers d'un système de franges

Q38. Montrer, à l'aide de la formule de Fresnel, que l'intensité reçue par le détecteur est de la forme :

$$I' = \frac{I_{\max}}{2} [1 + \cos(2\pi ft + \varphi)]$$

avec I_{\max} l'intensité maximale enregistrée par le détecteur.

On donnera l'expression de la fréquence f en fonction de v et de i .

Le signal enregistré par le détecteur est donné **figure 12**.

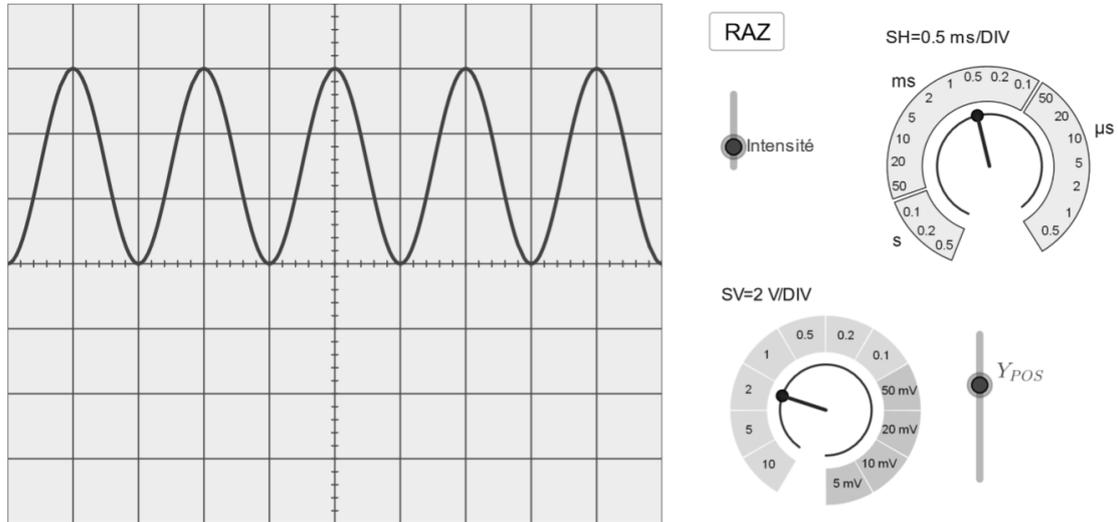


Figure 12 - Signal enregistré par le détecteur sur un oscilloscope

Q39. À l'aide de l'oscillogramme et de l'expression de l'interfrange, déterminer la valeur numérique de la vitesse v de l'écoulement sachant que pour l'expérience $\lambda_0 = 632 \text{ nm}$, $a = 50 \mu\text{m}$ et $f_2' = 50 \text{ cm}$.

On évalue la dispersion des mesures due à l'incertitude sur les valeurs de a , f_2' et de f à l'aide de l'algorithme suivant :

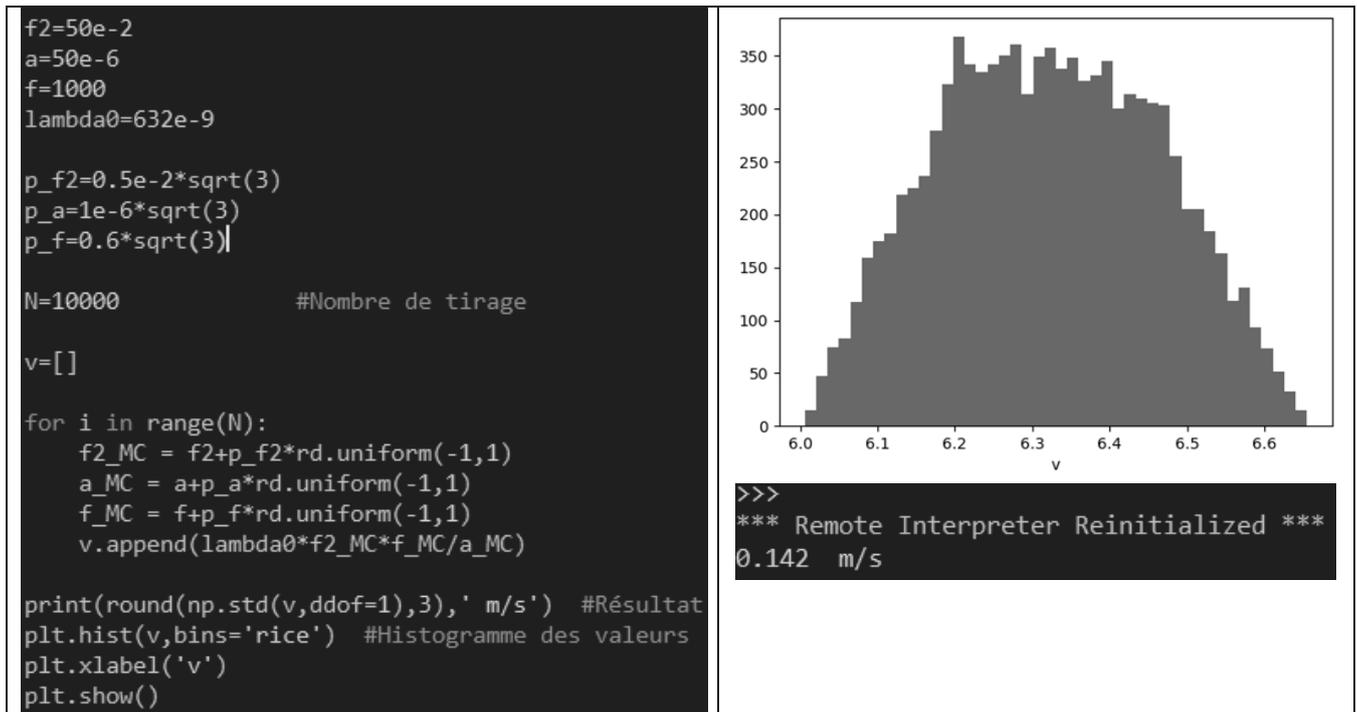


Figure 13 - Algorithme python (à gauche) et résultat de l'exécution (à droite)

Q40. Quel nom porte un tel algorithme pour mesurer la dispersion d'une mesure ? Extraire du code les incertitudes-types associées à f'_2 , a et f , fréquence du signal électrique observé.

Q41. Donner le résultat de la vitesse du fluide v avec son incertitude-type associée $u(v)$. Commenter la dispersion des mesures.

En 1851, Fizeau avait mesuré la vitesse d'un fluide sans la contrainte de l'introduction de particules réfléchissantes. Son montage consistait à faire parcourir directement l'écoulement entre les trous et la lentille L_2 (**figure 14**) et de mesurer le décalage de la figure d'interférences en F'_2 .

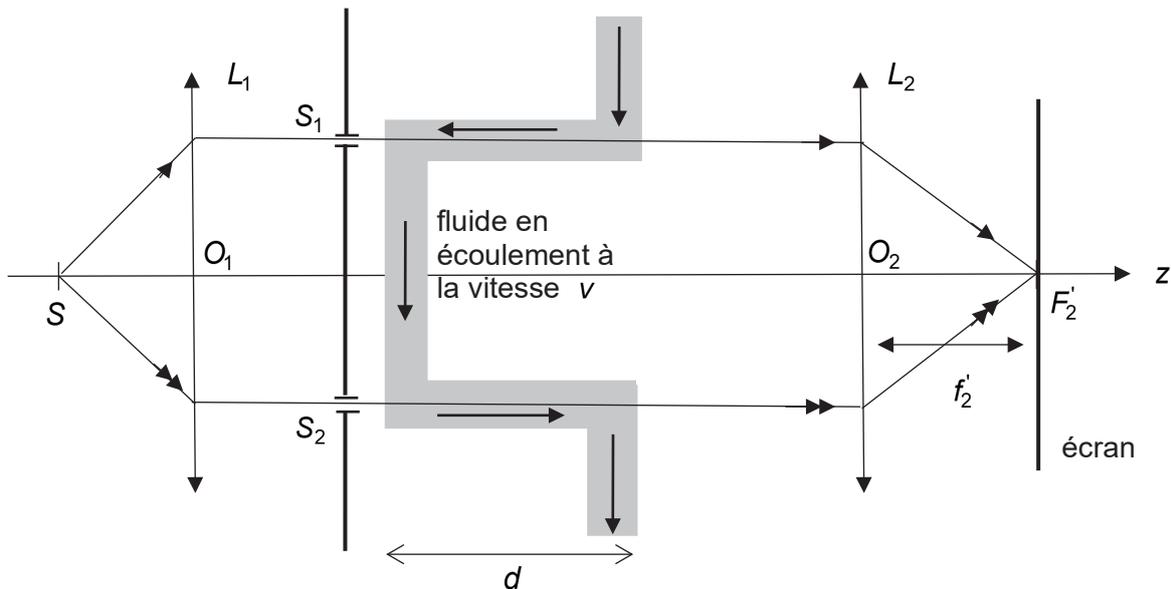


Figure 14 - Montage équivalent à celui de Fizeau de 1851

On admet que la vitesse de la lumière suit la loi relativiste de composition des vitesses, c'est-à-dire que sa vitesse le long du trajet de distance d est :

$$v_1 = \frac{c}{n} \frac{1 - \frac{nv}{c}}{1 - \frac{v}{nc}}$$

(pour le rayon passant par S_1)

$$v_2 = \frac{c}{n} \frac{1 + \frac{nv}{c}}{1 + \frac{v}{nc}}$$

(pour le rayon passant par S_2)

avec n l'indice du fluide en écoulement, c la célérité de la lumière dans le vide et v la vitesse du fluide en écoulement ($v \ll c$).

Q42. Montrer que la différence de temps de parcours pour atteindre F'_2 , notée $\Delta t = t_1 - t_2$, entre les deux trajets, celui passant par S_1 et celui passant par S_2 s'écrit :

$$\Delta t \simeq \frac{2vd}{c^2}(n^2 - 1)$$

Q43. En déduire la différence de marche $\delta(F'_2)$ (on rappelle qu'un chemin optique correspond à la distance qu'aurait parcourue la lumière si elle se propageait dans le vide pendant le même temps).

L'expérience réalisée par Fizeau consistait à observer les franges avec un fluide immobile, puis avec le fluide en mouvement.

Q44. Montrer que la variation de la différence de marche avec et sans écoulement s'écrit :

$$\rho_{mobile} - \rho_{immobile} = \frac{2vd}{\lambda_0 c} (n^2 - 1)$$

Le décalage des franges étant trop petit, Fizeau a doublé l'effet en renversant le sens de déplacement du fluide et a alors observé un décalage total d'un quart de frange.

Q45. En déduire la valeur de la vitesse de l'écoulement dans l'expérience de Fizeau dans laquelle les paramètres avaient pour valeur $d = 1,5 \text{ m}$, $n^2 - 1 \simeq \frac{3}{4}$ et $\lambda_0 = 540 \text{ nm}$. L'ordre de grandeur de la vitesse obtenue est-il cohérent avec celui de l'expérience menée avec la bille réfléchissante ?

III.2.2 - Utilisation de l'interféromètre de Michelson

Le réseau de franges peut aussi être créé par un dispositif proche de celui de l'interféromètre de Michelson que nous détaillons ici au préalable.

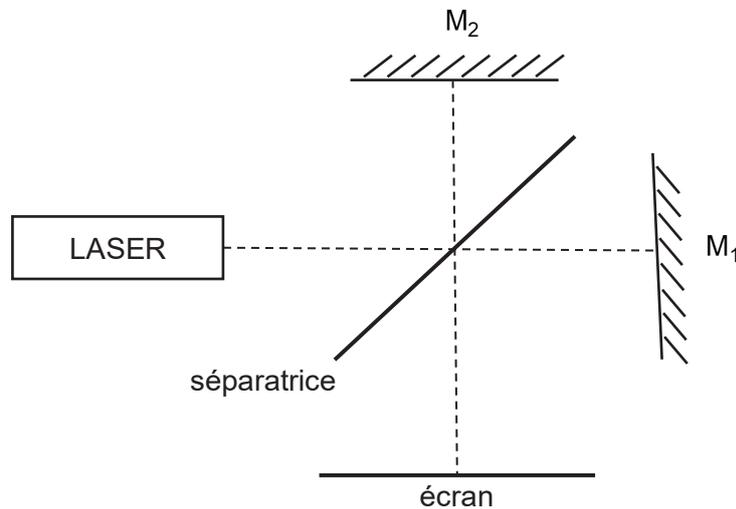


Figure 15 - Interféromètre de Michelson

L'interféromètre est éclairé par une source ponctuelle émise par un laser émettant un faisceau de lumière divergent de longueur d'onde λ_0 dans le vide.

Q46. Donner les possibilités de réglage (translation et/ou rotation) de la séparatrice, du miroir M_1 et du miroir M_2 .

Q47. Pour une source supposée ponctuelle, est-il nécessaire de placer une lentille entre l'interféromètre et l'écran pour l'observation des franges avec un bon contraste ?

Q48. Pour une source étendue spatialement, où seraient localisées les franges d'interférences dans le cas d'un réglage en lame d'air ? Même question pour un réglage coin d'un interféromètre éclairé en incidence normale ?

Q49. Associer à chaque image ci-dessous une configuration de l'interféromètre (coin d'air ou lame d'air).

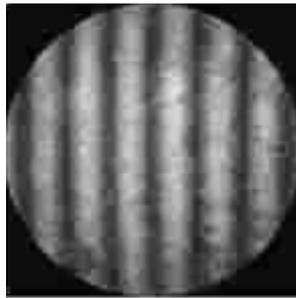


Image A

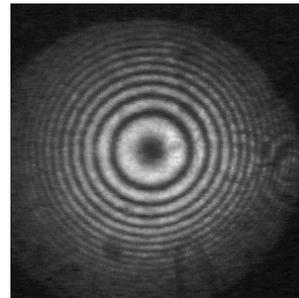


Image B

La vélocimétrie laser consiste à incliner les miroirs M_1 et M_2 à 45° à partir du contact optique. On ajoute un miroir M_3 afin de renvoyer le faisceau vers une lentille convergente L_3 derrière laquelle le système de franges sera visible dans une zone de contrôle (**figure 16**).

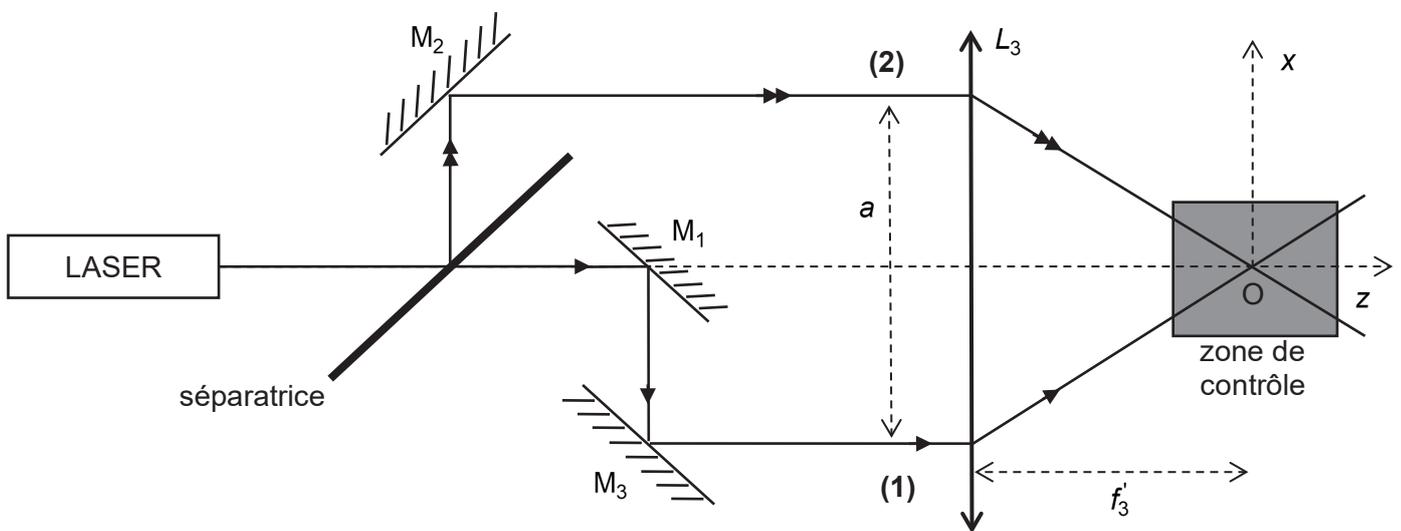


Figure 16 - Montage de vélocimétrie laser à franges

Q50. Au vu du positionnement relatif de M_1 et de M_2 , l'interféromètre est-il en configuration coin d'air ou lame d'air ?

Q51. Compléter le **DR** en y positionnant les sources secondaires S_1 et S_2 issues de S d'où semblent provenir respectivement les rayons **(1)** et **(2)** (on pourra s'aider de sources intermédiaires en les mentionnant sur le **DR**). Conclure que le dispositif est équivalent au montage de deux trous d'Young espacés d'une distance à préciser.

La figure d'interférences observée dans la zone de contrôle du plan xOz est donnée par la **photo 2**.

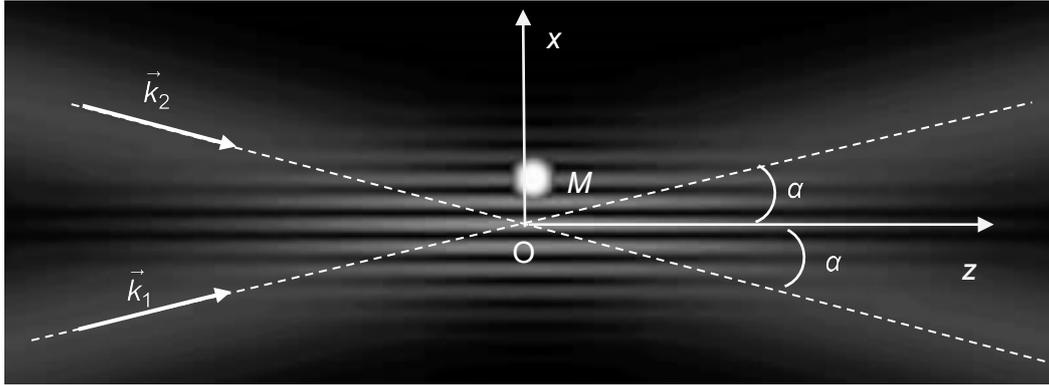


Photo 2 - Figure d'interférences obtenues dans la zone de contrôle

On se place maintenant sous le formalisme des ondes électromagnétiques. Les champs électriques des deux ondes associées aux rayons **(1)** et **(2)** s'écrivent en complexe :

$$\underline{\vec{E}}_1(M,t) = E_m \exp[j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \overrightarrow{OM})] \vec{e}_y$$

$$\underline{\vec{E}}_2(M,t) = E_m \exp[j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \overrightarrow{OM})] \vec{e}_y$$

avec E_m l'amplitude, ω la pulsation, \vec{k}_1 et \vec{k}_2 les vecteurs d'ondes de chaque onde et j le nombre complexe, tel que $j^2 = -1$.

On pose $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$.

Q52. Rappeler la relation de dispersion dans le vide. Dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$, exprimer \vec{k}_1 et \vec{k}_2 en fonction de l'angle α et de k_0 .

Q53. Ces ondes sont-elles planes ? progressives ? harmoniques ? Quel est leur état de polarisation ? Justifier chaque réponse.

Q54. Montrer que le champ électrique résultant noté $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}(M,t)$ en un point M de coordonnées (x,z) s'écrit :

$$\underline{\vec{E}} = 2E_m \cos[k_0 x \sin \alpha] e^{j(\omega t - k_0 z \cos \alpha)} \vec{e}_y$$

L'onde résultante est-elle plane ?

Q55. Montrer, à l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday, que le champ magnétique résultant s'écrit :

$$\underline{\vec{B}} = \underline{\vec{B}}(M,t) = -2 \frac{E_m}{c} e^{j(\omega t - k_0 z \cos \alpha)} \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos[k_0 x \sin \alpha] \\ 0 \\ j \sin \alpha \sin[k_0 x \sin \alpha] \end{pmatrix}$$

Q56. En déduire l'expression du vecteur de Poynting moyen $\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}}^*}{\mu_0} \right)$ avec $\underline{\vec{B}}^*$ le complexe conjugué associé à $\underline{\vec{B}}$ et μ_0 la perméabilité du vide.

Q57. Montrer que l'intensité lumineuse résultante $I(M)$, définie par $I(M) = \left\| \langle \vec{\Pi}(M, t) \rangle \right\|$ s'écrit :

$$I(M) = \frac{I_{\max}}{2} \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{x}{i} \right) \right]$$

avec I_{\max} l'intensité maximale. Exprimer l'interfrange i en fonction de λ_0 et de α .

Dans la zone de contrôle, le fluide s'écoule le long du plan xy . Ce fluide contient des particules réfléchissantes dont l'une est repérée par le point M . On suppose que la particule réfléchissante peut aussi avoir une vitesse selon \vec{e}_y et on pose $\vec{v}_M = V_x \vec{e}_x + V_y \vec{e}_y$ (**figure 17**).

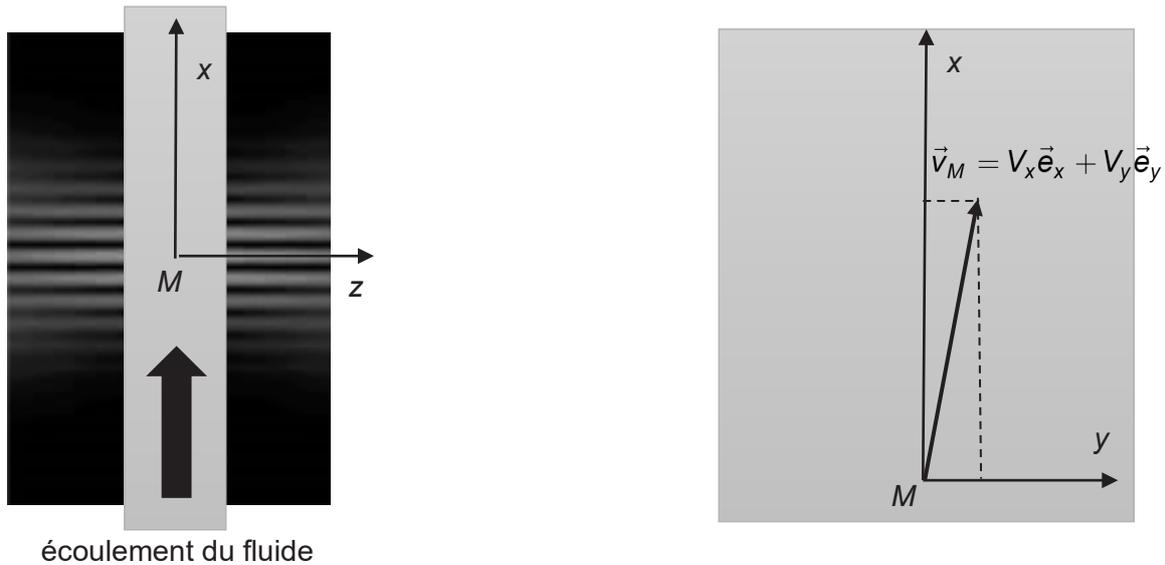


Figure 17 - Écoulement du fluide dans les plans xz (à gauche) et xy (à droite)

On admet que la présence du fluide ne change pas l'expression précédente de l'interfrange.

Q58. Montrer que la mesure de la fréquence du signal lumineux réfléchi permet d'accéder à une composante de la vitesse. Exprimer cette composante en fonction de cette fréquence f , de λ_0 et de α .

Q59. Proposer un protocole permettant de mesurer la seconde composante de la vitesse du point M .

ANNEXE

Formulaire

- $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$
- $\cos(2a) = 2\cos^2(a) - 1$
- En coordonnées cartésiennes : $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \begin{vmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{vmatrix}$

Célérité

- de l'onde acoustique dans le vide : $c_e = 1,5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- de l'onde lumineuse dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Caractéristiques de la sonde à effet Doppler

- fréquence acoustique : 10 MHz
- gamme de vitesse : $1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à $5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- précision de la vitesse : $\pm 1\%$ de la vitesse mesurée
- résolution de la vitesse : $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- précision de la température : $0,1^\circ\text{C}$
- résolution de la température : $0,01^\circ\text{C}$

Incertitude-type

L'incertitude-type $u(Z)$, associée à une grandeur Z , est reliée à la précision $\Delta(Z)$ (ou demi-intervalle) par :

$$u(Z) = \frac{\Delta(Z)}{\sqrt{3}}$$

FIN