

## 1/ CONSIGNES GÉNÉRALES

Le problème 1 proposait l'étude d'une application linéaire de rotation dans l'ensemble des matrices symétriques et mettait en jeu des connaissances usuelles en Algèbre linéaire et euclidienne.

Le deuxième problème traitait des intégrales de Wallis et de séries. Il faisait référence aux techniques d'intégration et manipulation d'inégalités, aux équivalents ainsi qu'aux séries entières.

Le dernier problème concernait une modélisation d'une stratégie de choix d'une place de stationnement. Il faisait intervenir des notions de probabilités, d'optimisation de suite et une modélisation informatique.

La plupart des réponses aux questions étaient données dans l'énoncé pour mettre l'accent sur l'aspect méthode et la connaissance des théorèmes justifiant les démarches. Ce fut un écueil pour de nombreux candidats qui se sont contentés de paraphraser les questions voire dans certains cas de forcer les calculs en oubliant la lecture scrupuleuse des correcteurs. Pour les questions ayant des conséquences sur d'autres (ici Q1, Q2, Q4, Q13, Q20, Q27, Q28, Q35), il est important de ne pas hésiter à se relire et vérifier ses calculs afin de ne pas gâcher l'enchaînement des questions.

De nombreux candidats ne portent pas un intérêt assez grand aux questions et à leur intrication. Ce penchant à l'automatisme sans une compréhension de la question a pénalisé de nombreux candidats, aussi bien en les égarant qu'en leur faisant perdre du temps. De plus une lecture trop rapide des questions a régulièrement abouti à des réponses partielles en oubliant une partie demandée.

Il est regrettable de constater que bien des candidats connaissent les techniques calculatoires usuelles (déterminant, résolution de systèmes linéaires, intégration par parties, suites géométriques...) mais leur application est soit bâclée, soit inachevée, voire parfois accompagnée de multiples erreurs. C'est la preuve que ces candidats manquent d'entraînement.

Enfin, le cours est dans l'ensemble su mais encore insuffisamment pratiqué et maîtrisé. Le nom des théorèmes, lois, règles, techniques, etc., usuels sont à citer (Sarrus, d'Alembert, Riemann, intégration par parties). Lorsque la formule à prouver est fournie par l'énoncé, des explications et des calculs rigoureux sont requis pour obtenir les points, un discours confus et évasif ne suffit évidemment pas.

## 2/ REMARQUES SPÉCIFIQUES

### Problème 1

**Q1 et Q2.** Beaucoup de candidats ne connaissent pas la définition d'une matrice orthogonale. Ils mélangent les matrices symétriques, inversibles et de déterminant 1. Ainsi, il est possible de voir des méthodes de pivot de Gauss fleurir sur les copies sans aucune explication du choix de cette méthode.

**Q3 et Q4.** Le traitement de ces questions a été correct dans l'ensemble, mais beaucoup trop d'erreurs de calcul ont été constatées principalement par l'oubli du  $1/2$  devant la matrice  $A$ . La question Q4 a donné lieu au calcul du polynôme caractéristique avec une perte de temps et une méconnaissance de la question qui ne portait que sur la détermination du noyau.

**Q5.** Cette question dépend des précédentes, et pourtant certains candidats ont refait toute la démarche de résolution. Les correcteurs ont lu beaucoup d'incohérences avec les questions précédentes (déterminant

strictement négatif mais isométrie directe...). Annoncer de but en blanc la nature de l'isométrie et pour certaines copies avec un seul mot, est un très mauvais indicateur envoyé au correcteur.

- Q6.** Des méthodes très succinctes voire lapidaires et régulièrement farfelues pour « prouver » que  $E$  est de dimension 3. Le théorème du rang n'a rien à faire dans cette question ! L'application  $\phi$  de la question Q7 non plus.
- Q7.** Une question plutôt bien réussie même si le terme de forme « définie » ne semble pas encore assimilé par certains élèves. Il a été possible de voir également que l'aspect symétrique ou la forme somme de produit suffisait à convaincre le candidat de la véracité du produit scalaire, découvrant ainsi une ignorance des différents points à vérifier. Pour les candidats dont la connaissance des critères à vérifier est avérée, il est important qu'ils gardent à l'esprit que des phrases comme « je vérifie le point iii » n'a pas de sens hors de la classe.
- Q8.** Nombreux sont les candidats passant une demi-page à prouver que la famille est une base (et parfois oublient de vérifier le caractère orthonormé). De même, certains ne pensent pas que dans « orthonormé », il y a deux choses à démontrer : l'orthogonalité des vecteurs et le fait que leur norme vaut 1. Des candidats utilisent l'orthogonalisation de Gram-Schmidt pour recréer et tomber sur l'ensemble proposé, souvent sans réussir.
- Q9.** Il y avait deux points à démontrer dans cette question. Hélas trop d'élèves considèrent qu'un endomorphisme est une application de  $E$  dans  $E$ , en oubliant le caractère linéaire de cette application - ou inversement.
- Q10.** Lorsqu'elle a été abordée, cette question (qui permettait de faire le lien avec la partie 1) fut souvent bien traitée.
- Q11.** La question a été très peu abordée. Travailler sur un changement de base dans un autre espace que  $\mathbb{R}^n$  est une notion plus difficile à appréhender mais montre la puissance de l'algèbre linéaire.
- Q12.** La question est régulièrement bien traitée (sinon, elle n'est pas traitée du tout).

## Problème 2

- Q13.** Les difficultés en calcul et le manque de recul sont flagrants dans cette question. La linéarisation des fonctions trigonométriques, en vue notamment de l'intégration, a été une difficulté pour de très nombreux candidats. De plus, la connaissance des sinus et cosinus d'angles remarquables est une attente minimale en fin de cycle préparatoire.
- Q14.** De nombreuses tentatives de démonstration par récurrence. La lecture d'affirmations du type « l'intégrale d'un produit est le produit des intégrales » est évidemment de nature à rendre perplexe le correcteur. Trop de candidats croient que la vérification d'une propriété d'une suite sur les trois premiers termes suffit, ce qui est absolument contraire à l'esprit scientifique qu'un futur Ingénieur se doit d'avoir.
- Q15.** Très peu de bonnes réponses à cette question.
- Q16.** La question fut plutôt bien traitée. Certains candidats oublient quand même de donner la valeur de la constante.
- Q17.** Les candidats ont en général répondu correctement à cette question, qui combinait les résultats précédents.
- Q18.** Lors de l'encadrement de 1, les correcteurs ont constaté de nombreuses incohérences (majorant plus petit que le minorant).
- Q19.** Il ne suffit pas que 1 soit majoré par  $v_n$  pour que 1 soit équivalent à  $v_n$ .
- Q20.** L'imagination des candidats à propos de l'orthographe du patronyme « Riemann » laisse les correcteurs sans voix. Nonobstant, les séries associées sont souvent bien utilisées.
- Q21.** L'orthographe du patronyme « d'Alembert » est régulièrement très originale. Par ailleurs, la règle de ce mathématicien est à citer. Attention à ne pas assimiler 1 et son équivalent.
- Q22.** Cette question, qui n'utilisait que la somme des termes d'une suite géométrique, a été assez mal traitée.
- Q23.** Les explications ont été très légères pour trouver la limite. Rares ont été les preuves rigoureuses concernant la limite de l'intégrale dépendant de  $n$ .

- Q24.** Un certain nombre de candidats tente de noyer le poisson à l'aide de calculs souvent très longs et aboutissant mystérieusement à la formule escomptée.
- Q25.** La question fut peu et mal traitée.

### Problème 3

- Q26.** Rares sont les élèves justifiant leur réponse, celle-ci étant régulièrement fausse et très souvent peu rigoureuse (du type « [s,n] » ou « [[s,+oo]] »).
- Q27.** La variable aléatoire  $X$  n'est pas géométrique. Il faut justifier sa formule pour  $P(X = k)$ , et ne pas se contenter d'asséner un résultat.
- Q28.** Les formules sur les lois usuelles doivent être connues.
- Q29.** Les propriétés de l'espérance et de la variance sont à revoir ( $E(X+a)$ ,  $V(X+a)$ ).
- Q30.** La formule étant fournie, un minimum d'explication était requis pour obtenir les points.
- Q31.** Grâce à l'indication, cette question était généralement bien traitée.
- Q32.** La récurrence a en général été très bien effectuée par les candidats.
- Q33.** Cette question a été peu traitée.
- Q34.** Un minimum d'argumentation était requis pour convaincre les correcteurs.
- Q35.** Les calculs étaient trop souvent faux pour une question pourtant peu technique.
- Q36.** Cette question découlait de la précédente. Comme celle-ci a donné lieu à des formules fausses, les candidats ont obtenu des résultats encore plus divergents par rapport à ceux attendus. Un minimum de recul aurait permis aux candidats de se rendre compte que leur formule à la Q35 était fausse (différence visiblement toujours strictement positive).
- Q37.** L'application numérique a été peu traitée. Elle ne nécessitait que le résultat de la question précédente pourtant donné dans l'énoncé.
- Q38.** Peu de programmes avaient un sens. Nombreux étaient ceux donnant des boucles infinies. L'outil informatique n'est pas à négliger dans les mathématiques appliquées.

## 3/ CONSEILS ET BILAN

Les correcteurs encouragent les candidats des sessions à venir à bien élaborer leur stratégie devant une question, en prenant en compte l'énoncé et la particularité de chaque terme. Ainsi le verbe « vérifier » indique une vérification plutôt qu'un recours à une méthode monolithique. Relire ses phrases pour en vérifier la justesse (ou du moins l'aspect compréhensible de sa réponse par un tiers) est un atout important au vu de ce que les correcteurs ont pu apprécier lors de cette session. La justesse du propos réside dans la compréhension des termes utilisés et dans un agencement logique et grammaticalement correct. Le candidat doit par ailleurs apprendre à gérer son temps de façon efficace, en s'accordant 10 minutes en début d'épreuve pour lire l'enchaînement des questions, et en gardant 10 minutes à la fin pour se relire et mettre en forme sa copie (encadrer, souligner). L'utilisation d'abréviations dans les copies est à proscrire.

Lorsque le sujet donne une formule à démontrer, le candidat doit chercher à la prouver de façon rigoureuse, et non pas à tordre ses propres calculs faux afin qu'ils cadrent, ni à tenter de justifier la formule à l'aide d'explications obscures. L'honnêteté intellectuelle fait partie des qualités nécessaires à tout Ingénieur et il est vivement conseillé d'éviter de forcer le passage.

Dans cette session, la rigueur et la droiture intellectuelle ont été grandement appréciées et valorisées. Les derniers mots de ce rapport seront pour les probabilités qui ont été omises dans l'apprentissage de certains candidats : un sujet de concours traite de l'ensemble du programme des deux années. Il est par exemple étonnant que des étudiants maîtrisent la règle de d'Alembert et ne connaissent pas l'espérance d'une loi géométrique.

