

1/ PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE

L'épreuve de Modélisation, d'une durée de trois heures, comportait deux parties indépendantes consacrées chacune à l'étude d'un composant d'un système de conversion d'énergie solaire en énergie mécanique de type dish-Stirling.

La première partie, prévue pour durer un tiers du temps, concernait la modélisation thermomécanique d'un moteur Stirling « double effet » de type β de conception innovante. Les connaissances mises en œuvre relevaient essentiellement du programme de Physique et de SII, pour les aspects dynamique des solides rigides, thermodynamique des gaz parfaits et asservissement du système. Concernant les Mathématiques, on se limitait ici essentiellement à déterminer des développements limités (au 1^{er} ordre) de fonctions simples. Le questionnaire, qui conduisait à retrouver une partie des équations régissant le fonctionnement du moteur, exigeait une bonne compréhension des phénomènes mis en jeu se traduisant par des réponses précises et argumentées. Cette partie, comportant peu de calculs, a plutôt bien réussi aux candidats qui pouvaient dès lors aborder sereinement la suite du sujet.

Dans la deuxième partie, on s'intéressait à la problématique de concentration des rayons du soleil au niveau d'un récepteur plan au moyen d'un miroir. On commençait par justifier l'utilisation d'un paraboloïde de révolution pour focaliser les rayons incidents suivant une direction donnée puis on estimait la puissance rayonnée dans le plan focal du miroir, après y avoir déterminé les caractéristiques géométriques de la surface image du soleil depuis un point quelconque du miroir. De façon notable, les connaissances requises en Optique se limitaient dans le cas présent à l'énoncé des lois de réflexion de Snell-Descartes, qu'un nombre anormal de candidats semble d'ailleurs ignorer, ou simplement confondre avec les lois de réfraction. Les chapitres du programme de Mathématiques particulièrement concernés par l'épreuve étaient les suivants : équations différentielles, fonctions vectorielles et courbes paramétrées, intégration sur un segment, fonctions de plusieurs variables. Dans l'ensemble, les questions posées faisaient plus de place au calcul qu'à l'abstraction, ce qui a malheureusement mis en lumière de nombreuses carences des candidats dans le domaine. La maîtrise des techniques calculatoires de base (dérivation, intégration, résolution d'équations du second degré, ...) constitue pourtant un prérequis indispensable pour être en mesure de suivre les enseignements scientifiques dispensés en école d'ingénieur. La plupart des questions étaient divisées en sous-questions pour faciliter la résolution. Cette disposition n'a pas toujours été exploitée par les candidats qui, par manque de recul ou en raison d'une lecture partielle, ont donné l'impression de ne pas comprendre l'enchaînement des étapes proposé et se sont contentés d'offrir des fragments de réponses.

2/ REMARQUES GÉNÉRALES

Dans de nombreuses questions, il était demandé de retrouver des résultats donnés dans l'énoncé, une stratégie assumée par les auteurs du sujet qui permettait en cas de difficulté, de passer à la question suivante sans bloquer le candidat. Il s'ensuit que les correcteurs ont été particulièrement attentifs à la rigueur des développements proposés. Ainsi, les calculs entachés d'erreurs multiples qui conduisaient miraculeusement au résultat attendu ont été peu appréciés ; ils ne rapportaient pas de points et laissaient de plus une impression mitigée voire négative de la copie. Dans le cas, en revanche, où un candidat terminait son calcul sans « tricher » et constatait qu'il n'avait pas le bon résultat, une valorisation de la tentative était alors possible en fonction des erreurs commises.

Des maladresses ou erreurs de logique ont été fréquemment relevées dans les démonstrations. Très souvent les candidats abordaient une propriété à prouver comme un acquis de départ et l'exploitaient pour trouver autre chose.

Dans **Q18.**, on demandait par exemple de montrer l'existence d'une unique solution positive de l'équation du 2nd degré. Dans les copies les plus faibles, on a donc pris comme hypothèse que la solution était unique et que par conséquent le discriminant était nul. Dans la meilleure moitié des copies, on a bien calculé les deux solutions puis justifié que l'une était positive et, c'est regrettable, conclu sans discuter de l'autre. Ici l'acquis de départ était que la solution positive était unique. Autre exemple, dans **Q18.c)** ou **Q19.a)**, des candidats sont partis de l'égalité à démontrer pour aboutir à une autre et conclure.

Dans à peu près une copie sur deux, on trouvait (au moins une fois) l'erreur $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ ou son analogue $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$. Plus rare, on a également croisé des simplifications hasardeuses de fractions du type $\frac{a+b+d}{a+c+d} = \frac{b}{c}$.

De manière générale, on ne peut être que désolé du manque de connaissances élémentaires de nombreux candidats : développements limités de base, dérivation de fonctions composées, formules trigonométriques, dérivée de \sqrt{u} , primitives de $\frac{1}{r}$, ...

Concernant la présentation, les copies ont globalement respecté les règles définies dans l'énoncé ou rappelées dans les précédents rapports même s'il demeure encore quelques copies où le mot FIN par exemple n'est pas mis. Trop de candidats écrivent très mal compliquant ainsi la tâche des correcteurs pour lesquels il devient difficile de faire la différence entre un r ou un ρ , de reconnaître un z d'un 2, ...

3/ REMARQUES PARTICULIÈRES

Q1. Pour cette question il s'agissait de proposer un modèle de liaison cinématique en s'appuyant sur la nature des surfaces en contact. Par ailleurs, de trop nombreux candidats confondent torseur des actions mécaniques et torseur cinématique.

Q2. Question assez bien réussie mais de nombreux candidats ont oublié de citer l'action de liaison avec le bâti.

Q3. Il s'agissait ici d'expliquer que l'équation donnée était issue du théorème de la résultante dynamique. Les correcteurs attendaient également que soient précisés le système isolé ainsi que la projection utilisée.

Q4. Pour cette question il fallait réaliser un bilan de masse sur le gaz présent dans les différentes chambres puis s'appuyer sur la loi des gaz parfaits pour aboutir à la relation demandée. Certains candidats sont partis du résultat, ce qui est incompatible avec la notion de démonstration.

Q5. Cette question a été assez bien réussie, même si elle a parfois donné lieu à des calculs exotiques lors de l'inversion d'une somme de fraction. Par ailleurs, de nombreux candidats ont poursuivi leurs calculs pour démontrer le résultat de l'équation (6) ce qui n'était pas demandé.

Q6. Généralement bien traitée.

Q7. Il s'agissait d'utiliser la loi de Laplace, rappelée dans l'énoncé, sur deux instants distincts. Cette question, sans difficulté particulière, a pourtant déboussolé de nombreux candidats qui ont souvent omis la puissance gamma sur l'instant de référence.

Q8. Cette question a été assez mal traitée, la plupart des candidats ont oublié de prendre en compte le volume de référence dans leur expression du volume instantané.

Q9. Conditionnée au succès dans les questions 7 et plus particulièrement 8 (V_b expression affine de x_1). Des candidats, ont toutefois tenté le développement limité (DL) en 0 de $\frac{1}{x}$ à l'ordre 1. Parfois le DL de $(1 + x)^{-\gamma}$ est réalisé en deux fois : d'abord celui de $(1 + x)^{-1}$ puis celui de $(1 + x)^{\gamma}$.

Q10. Cette question portant sur la transformée de Laplace a été globalement bien traitée.

Q11. Il s'agissait dans cette question de conclure sur la stabilité de la fonction de transfert moteur à partir du signe de la partie réelle de ses pôles. De nombreux candidats ne semblent pas connaître cette propriété, ce qui a donné lieu à de nombreuses inventions : nombre de pôles, parité des pôles...

Q12. Cette question demandait de revenir sur les avantages du correcteur proposé. Si la plupart des candidats ont évoqué les avantages en termes de précision et de stabilité, les correcteurs attendaient des candidats qu'ils s'appuient sur des arguments tels que la classe et la marge de phase de boucle ouverte.

Q13. Question souvent traitée mais rarement de façon claire et complète. En effet, de nombreux candidats confondent les notions de précision, de stabilité et d'amortissement. Nous rappelons que chacune de ces notions repose sur l'établissement d'un critère objectif (erreur statique, dépassement...) qui doit être argumenté et/ou calculé.

Q14. Cette question, bien que souvent abordée, a été assez peu réussie par les candidats, ces derniers ayant souvent confondu réfraction et réflexion.

Q15. Au moins $\frac{3}{4}$ des candidats ne semblait pas connaître les relations entre coordonnées cartésiennes et cylindriques, pas plus d'ailleurs que le changement de bases associé, même en s'aidant de la figure fournie dans l'énoncé : le plus souvent il s'agissait d'erreurs de signe ou d'inversion de $\cos \theta$ et de $\sin \theta$, d'autres fois, et c'est plus inquiétant, on rencontrait un coefficient $\frac{1}{\cos \theta}$ ou \vec{e}_r colinéaire à \vec{l} par exemple. Le calcul de $\frac{\partial G}{\partial \theta}$, pourtant au programme, a été peu abordé par méconnaissance du théorème de dérivation des fonctions composées (ou règle de la chaîne).

Q16. Bien réussie dans l'ensemble. Quelques cas de dérivation par rapport au temps et d'utilisation de la formule de la base mobile, ainsi que d'égalité entre norme et vecteur ou de quotient de vecteurs.

Q17. Pour a) on appliquait la formule démontrée (ou admise) en **Q14.** avec $\vec{e}_R = \frac{\overline{MF}}{\|\overline{MF}\|}$ et $\vec{e}_I = -\vec{e}_z$, une argumentation simple mais peu rencontrée dans les copies où l'on se contentait généralement d'un « d'après Q14 on a ... le résultat attendu ». Des erreurs de calcul pour b) et pas de problème particulier pour c).

Q18. Le calcul des racines n'a pas posé de difficulté, en revanche la discussion sur leur signe a souvent été bâclée. En c) quelques erreurs, assez rares toutefois, dans le calcul de la dérivée d'un quotient et une démonstration de l'égalité (15) qui s'est souvent révélée très compliquée à mener par les candidats.

Q19. Pour a) même remarque que précédemment. En b) on demandait l'ensemble des primitives et non celle qui s'annule pour $r = 1$. En c) beaucoup de candidats n'ont pas eu le réflexe d'isoler la racine avant d'élever au carré et se sont ensuite enlisés dans des calculs inextricables. En d) le calcul de la dérivée a été très mal exécuté ; beaucoup de dérivations par rapport à la « variable » h au lieu de r ou d'erreurs dans la dérivée de $\sqrt{1+h^2}$.

Q20. Rarement traitée. g s'obtenait en prolongeant $r \mapsto rh(r)$ par continuité en 0 avec $= \frac{1}{2f}$.

Q21. Question *a priori* accessible : tracer l'allure d'un arc de parabole à partir de quelques points. Peu traitée, parfois avec un manque de soin flagrant et sans le tableau de coordonnées demandé.

Q22. En a), mêmes difficultés que pour les coordonnées cylindriques. Pour b) il fallait partir de $z = \frac{r^2}{4f} - f$ et remplacer avec les expressions précédentes et non substituer l'expression de ρ fournie plus loin. Pour c) le discriminant $\Delta = 1$ conduisait à deux solutions dont une seule était > 0 sur $[0; \pi[$.

Q23. La seule difficulté résidait dans l'obtention de ρ_m en fonction de f . Certains candidats ont tenté, toutefois sans convaincre, un « on peut voir que $\cos \varphi_m = 3$ et $\sin \varphi_m = 4$ donc $\tan \varphi_m = \frac{4}{3}$ ».

Q24. Dans l'ensemble les réponses manquaient de rigueur ($\alpha_0 = (\overline{MP}, -\vec{e}_\varphi)$ et non $(\overline{MP}, \vec{e}_\varphi)$) ou laissaient de côté les points critiques ($\vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_r = \sin \varphi$ ou $\vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_\theta = 0$), se contentant souvent de restituer tel quel le résultat donné dans l'énoncé. Le calcul de la norme au carré d'une somme de trois vecteurs semble avoir posé quelques problèmes.

Q25. Quelques candidats pour reconnaître l'intégrale à calculer comme étant l'aire sous la courbe, mais pratiquement personne pour réaliser correctement l'intégration malgré le changement de variables explicite.

Q26. Pour a) on attendait une démonstration et non une affirmation (fausse) selon laquelle la dérivée d'un vecteur unitaire est toujours unitaire. Les sous-questions b) à d) ont été peu abordées. En e) quelques candidats sont malgré tout parvenus à intégrer $\cos \varphi \sin \varphi$ sur $[0; \varphi_m]$.

4/ CONCLUSION

On recommande aux candidats de bien relire les questions, ainsi trop souvent les réponses sont incomplètes ou ne répondent tout simplement pas à la question posée. Les réponses proposées doivent être argumentées et ne doivent pas se limiter à une succession d'équations et de calculs anarchiques.

Finalement nous encourageons les candidats à être attentifs à la présentation et au soin apportés à leurs copies :

- écriture soignée et argumentation claire ;
- trait de séparation entre les questions ;
- encadrement des résultats...

Tous ces points, lorsqu'ils sont présents, sont valorisés par les correcteurs.