

## 1/ REMARQUES GÉNÉRALES

### 1.1- PRÉSENTATION DU SUJET

Le sujet « *Modélisation de la fuite de matière d'un réservoir rempli de dioxyde de carbone gazeux* » traite d'un problème de thermodynamique reposant sur la description d'un système ouvert en régime transitoire. Il repose sur trois parties indépendantes de poids comparables :

- La première partie concerne la mise en équation du problème étudié. Débutant par des considérations générales sur les systèmes ouverts (en régimes permanent et transitoire), elle traite ensuite plus spécifiquement le cas d'un réservoir adiabatique contenant un gaz parfait (du  $\text{CO}_2$ ) soumis à une fuite, c'est-à-dire possédant une sortie de matière.
- La seconde partie propose de mettre en œuvre une résolution numérique du système d'équations différentielles établi dans la première partie à partir de la méthode d'Euler. Ce système ne présentant pas de solution analytique simple, l'étude est restée purement numérique.
- La troisième partie propose de paramétrer deux modèles décrivant l'évolution de la capacité calorifique molaire à pression constante du  $\text{CO}_2$  en fonction de la température. Les paramètres du premier modèle sont déterminés à partir d'une méthode de minimisation d'une fonction (dite « objectif ») obtenue par sommation des écarts élevés au carré entre les valeurs prévues par le modèle et les valeurs expérimentales. Le second modèle étudié est un polynôme d'interpolation. La détermination de ses paramètres revient à inverser une matrice dite de Vandermonde.

Un aide-mémoire sur numpy est fourni en annexe.

Les correcteurs ont considéré, dans l'ensemble, le problème bien équilibré entre physique, mathématiques, algorithmique et mise en œuvre informatique et raisonnable en longueur. En revanche, le sujet a été considéré d'une difficulté supérieure à la difficulté traditionnelle des sujets de l'épreuve de modélisation des années passées.

### 1.2- SUR LA PRESTATION DES CANDIDATS

- De manière globale, la première partie ayant trait à l'établissement du système différentiel régissant le problème de la fuite a été traitée avec grande difficulté par les candidats. Des erreurs grossières récurrentes ont été observées dans de nombreuses copies, mettant en évidence une mauvaise compréhension de certains concepts essentiels de la discipline. L'écriture des bilans thermodynamiques des 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> principes demandant une maîtrise fine des concepts et de la précision, une tendance à « bricoler » (avec peu de succès) les démonstrations pour aboutir aux équations fournies par l'énoncé a été observée.

En particulier :

- o L'application du premier principe de la thermodynamique en système ouvert (« premier principe industriel ») est systématiquement malmenée. Ce point figure pourtant explicitement au programme du cours de Physique de PC et devrait faire partie des piliers du cours de Physique, étant donné l'importance de l'établissement des bilans (de matière, d'énergie, de quantité de mouvement etc.) en Sciences Physiques,

- La notion de gaz parfait ne semble pas comprise par de nombreux candidats qui peinent à mettre la définir et à mettre en évidence les liens entre gaz parfait et gaz réel.
- Les notions de capacités calorifiques (molaires) à pression constante  $C_{p,m}$  ou à volume constant  $C_{v,m}$  sont régulièrement confondues.
- Les parties 2 et 3 traitant pour l'essentiel de questions mathématiques et numériques ont été traitées par moins de candidats (entre 1 sur 2 et 2 sur 3 suivant les questions). En revanche, elles ont été un peu mieux appréhendées et reflètent notamment une meilleure connaissance des méthodes numériques de base et de la programmation que les années précédentes. En particulier, le nombre d'erreurs de syntaxe de base (comme par exemple l'utilisation de listes ou encore la définition d'une fonction) semble avoir fortement baissé par rapport aux années antérieures.
- La troisième partie a été abordée de manière très fragmentaire.

Les correcteurs ont observé la faible présence de bonnes copies par rapport aux années passées. Certains problèmes récurrents persistent : les résultats sont insuffisamment justifiés et les démonstrations manquent de rigueur (les hypothèses sont rarement données, les lois physiques utilisées sont approximatives). Il y a également très peu de commentaires permettant de comprendre la rédaction des codes informatiques. Certaines copies sont difficiles à lire par manque de soin.

## 2/ REMARQUES SPÉCIFIQUES

### Partie 1

- Q1 : Bien traitée
- Q2 : Bien traitée mais mal justifiée une fois sur deux.
- Q3 : Souvent mal traitée. Le premier principe se résume à l'écriture de première année en système fermé  $\Delta U = Q + W$ . Presque tous les candidats ont annulé la grandeur  $\Delta U$ , en oubliant complètement que seules les grandeurs associées au système ouvert s'annulent en régime stationnaire. Il n'a pas été rare de lire que le régime stationnaire impliquait que  $W$  et  $Q$  sont nuls. Le premier principe industriel est rarement cité et mal utilisé quand il est présent. La relation entre énergie interne et enthalpie n'est pas connue.
- Q4 : Bien traitée mais mal justifiée une fois sur deux.
- Q5 : Il faut en général se contenter d'une paraphrase de la question du fait d'une question 3 ratée.
- Q6a : Correct en général. L'argumentaire majoritairement cité est 'pas d'interactions', certains parlent de 'basse pression'. Beaucoup de discussion hors sujet sur la température.
- Q6b : Résultats classiques non connus de la très grande majorité des élèves. On lit dans pratiquement toutes les copies les résultats pour  $C_{v,m}$  et non pour  $C_{p,m}$ .
- Q6c : Question globalement mal traitée. Les étudiants ont très rarement rattaché la dépendance en température aux notions de degrés de liberté.
- Q6d : Beaucoup de confusions entre  $H$  et  $U$ , entre  $C_p$  et  $C_v$ . Pour la grande majorité des étudiants  $dU_m = C_{p,m} dT$ .
- Q7 : La première équation est établie sans problème à partir de Q4. Pour l'énergie, cela s'apparente très fréquemment à un tour de magie pour démontrer une formule donnée par l'énoncé à partir d'un résultat faux aux questions 3 et 5.
- Q8 : La démonstration de la 1<sup>re</sup> relation demandée est souvent mal traitée ; il existe beaucoup de confusions et de tentatives d'aboutir au résultat demandé à partir d'escroqueries intellectuelles. L'enthalpie massique  $h$  devient alors régulièrement une grandeur d'ajustement qui prend toutes les formes possibles pour essayer de coller au résultat demandé :  $h = u$  ;  $h = RT/M$ ,  $h = PV$  etc. La dérivée d'un produit ou la prise en compte de la variation temporelle de la masse  $m$  sont la plupart du temps très mal gérées. En revanche, la démonstration de la seconde relation demandée est souvent mieux traitée.
- Q9 : L'intégrale est peu présente dans l'expression générale du débit massique. Lorsqu'elle l'est, les hypothèses d'uniformité permettant de sortir les grandeurs de l'intégrale ne sont généralement pas données.
- Q10 : La question Q3 étant généralement fautive, cette question est souvent non aboutie. Une grande confusion entre  $h$  et  $\Delta h$  a été observée chez de nombreux candidats qui cherchent à retrouver l'équation proposée par l'énoncé.

- Q11a : Question de cours souvent abordée de façon non rigoureuse. Pour l'écriture du second principe mélange de forme intégrée et différentielle, non-respect des notations des différentielles totales ou non pour les différents termes.
- Q11b : Les étudiants ayant utilisé l'identité thermodynamique ont abouti aux expressions demandées.

## Partie 2

- Q12a : Alors qu'une expression analytique est attendue, beaucoup d'étudiants estiment l'intégrale à partir de la méthode des rectangles. Peu pensent à importer les bibliothèques numpy ou maths rarement importé, beaucoup n'affectent pas A1, A2, A3, la fonction  $f(T)$  n'est pas toujours explicitée.
- Q12b : La méthode des rectangles est globalement connue.
- Q13 : Question souvent mal traitée et souvent non abordée. Les étudiants n'ont pas su adapter la méthode de Newton. Beaucoup ont recopié 4 fois la même ligne, l'expression de eq a souvent été répartie entre les instructions 1 et 2.
- Q14 : Question souvent non abordée. Comme l'an dernier les étudiants ont eu du mal à faire la distinction entre algorithme (ou logigramme) et code. Souvent, la condition d'arrêt et le calcul de la pression P sont oubliés.
- Q15 : La méthode d'Euler est mieux maîtrisée que celle de Newton. Pour les copies abordant cette question, la réponse est souvent presque correcte.  
Les erreurs portent essentiellement sur le code de la dérivée de m, une mauvaise incrémentation temporelle ou un oubli du calcul de P.
- Q16 : La réponse est juste sur la plupart des copies.

## Partie 3

- Q17 : Question très mal traitée. Les réponses sont très souvent très qualitatives ou alors avec une formule très approximative ne faisant pas apparaître la capacité du calorimètre.
- Q18 : Bien traitée car il suffisait de lire les données fournies en première page de l'énoncé. En revanche, il ne fallait pas être regardant sur la rédaction de cette analyse dimensionnelle.
- Q19 : Globalement bien traitée. La syntaxe proposée en annexe est très souvent utilisée. Beaucoup oublient d'affecter la variable Nexp.
- Q20 : Très rares sont les candidats qui invoquent le problème de compensation des erreurs. La plupart mentionne précision ou variance.
- Q21 : Généralement bien traitée.
- Q22 : Idem.
- Q23 : Idem.
- Q24 : Globalement bien traitée mais le calcul de la dérivée n'est pas aisé pour tous. On observe souvent des calculs fort longs pour arriver à un résultat qui s'établit en quelques lignes de calcul.
- Q25 : Globalement bien traitée.
- Q26 : Question difficile, peu traitée dans l'ensemble. Les algorithmes présents sont plus ou moins compliqués. Beaucoup d'étudiants ne sont pas à l'aise avec les boucles imbriquées.
- Q27 : Question très rarement abordée. Les rares candidats ayant traité cette question ont une bonne connaissance du schéma de Newton mais ne sont pas toujours à l'aise pour le critère d'arrêt.
- Q28 : Question bien traitée pour ceux qui l'ont abordée.
- Q29 : Très souvent faux, le plus souvent  $n = 6$  est proposé.
- Q30-31 : Le système d'équations n'est pas toujours correctement établi. Certains perdent du temps en écrivant les valeurs numériques des différents coefficients dans le système (plutôt que d'utiliser des notations générales).
- Q32 : Globalement bien traitée même si le terme '*inversion*' n'est pas toujours présent.
- Q33 : Beaucoup de candidat fournissent une moitié des éléments du code (sans doute en raison d'un manque de temps).
- Q34 : Il faut beaucoup trop souvent se contenter de phrases du type « le modèle 2 est meilleur car courbe passe par les données ». Très peu d'élèves évoquent des incertitudes sur les données.

### 3/ CONCLUSION

- Le problème a été jugé difficile par la plupart des candidats ;
- Beaucoup de candidat ont traité sérieusement les questions de codage informatique ;
- Pour environ  $\frac{2}{3}$  des candidats, les méthodes numériques semblent à peu près connues ;
- En revanche, beaucoup semblent ignorer les résultats de base du cours de physique : fonctions U et H, définitions des capacités thermiques, valeurs particulières des capacités thermiques d'un gaz parfait, premier principe industriel en système ouvert, calorimétrie etc.